UNIVERSIDADE ESTADUAL DO RIO GRANDE DO SUL - UERGS
MESTRADO PROFISSIONAL EM DOCÊNCIA PARA CIÊNCIAS, TECNOLOGIAS, ENGENHARIA E MATEMÁTICA

CÁSSIA ISABEL FROES MUNHOZ

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
Derrubando as paredes da sala de aula

GUAÍBA
2022

CÁSSIA ISABEL FROES MUNHOZ

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Derrubando as paredes da sala de aula

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Formação Docente para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Tânia Cristina Baptista Cabral

GUAÍBA

2022

Catalogação de publicação na fonte (CIP)

M966r Munhoz, Cássia Isabel Froes

Resolução de problemas: derrubando as paredes da sala de aula/ Cássia Isabel Froes Munhoz. – Guaíba-RS, 2022.

83 f.: il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharias e Matemática, Unidade em Guaíba, 2022.

Orientadora: Prof.ª. Dr.ª Tânia Cristina Baptista Cabral

1. Equação do 1° grau. 2. Metodologias ativas. 3. Pensamento algébrico. 4. Dissertação. I. Cabral, Tânia Cristina Baptista. II. Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharias e Matemática, Unidade em Guaíba. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário Marcelo Bresolin CRB 10/2136

CÁSSIA ISABEL FROES MUNHOZ

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Derrubando as paredes da sala de aula

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Formação Docente para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática

Orientadora: Prof[a]. Dr[a]. Tânia Cristina Baptista Cabral

Aprovada em: / /

BANCA EXAMINADORA

Prof[a]. Dr[a]. Tânia Cristina Baptista Cabral

Prof[a]. Dr[a]. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes

Prof[a]. Dr[a]. Fabrícia Damando Santos

Dedico essa dissertação às pessoas mais importantes da minha vida: a minhas filhas Melissa e Mariana, meu esposo Eber, meus pais Nara e Sadi, meus irmãos William e Rafael, e minha vó Maria.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por ter possibilitado e oportunizado a conclusão desta etapa da minha educação, me dando, diariamente, paciência e sabedoria para seguir em frente, mesmo quando achei que fosse impossível.

Agradeço e, ao mesmo tempo, peço desculpas as minhas filhas Melissa e Mariana que, enquanto me deram forças, sem saber, para seguir em frente, tiveram que conviver com a minha ausência nos inúmeros dias de estudos e leituras.

Agradeço ao meu marido Eber pela paciência, pelo ombro para as inúmeras crises de insegurança, e pelos cuidados comigo e com nossas princesas.

Agradeço ao meu irmão William por todo incentivo, desde o momento da inscrição no programa.

A minha mãe, por sempre estar pronta para me ouvir e cuidar das netas.

Agradeço às minhas amigas e professoras de excelência, Adriane Abrantes Lazarotti e Patrícia Zuse, pelo incentivo e apoio.

Agradeço à minha orientadora, Profª. Drª. Tânia Cristina Baptista Cabral por toda sua dedicação, pelos ensinamentos e pelas orientações fundamentais para o meu desenvolvimento acadêmico e profissional.

Agradeço aos professores que compuseram a banca: Profª. Drª. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes e Profª. Drª. Fabrícia Damando Santos, por todas as contribuições para o enriquecimento do meu trabalho.

Agradeço aos meus colegas de orientação, Prof. Luciano Brasbiel Coiro, Profª. Cristiane B. Fuchs, Profª. Clarice C. Taube e Profª. Gisele C. S. Alves; e a todos os colegas do mestrado da turma 2019/2 por todo companheiro e incentivo.

Agradeço, imensamente, a todos os professores do PPGSTEM da UERGS que contribuíram ricamente para o meu crescimento intelectual, acadêmico e profissional.

Agradeço à Universidade Estadual do Rio Grande do Sul – UERGS – pela oportunidade de formação.

RESUMO

A educação vem sofrendo modificações, os alunos estão deixando de ser expectadores e apresentam a necessidade de serem produtores de sua própria aprendizagem. Nessa concepção vê-se a possibilidade do uso de metodologias ativas na escola, onde o aluno passa a fazer parte de seu processo de aprendizagem. Dessa forma a metodologia de resolução de problemas é uma metodologia capaz de favorecer que o aluno desenvolva diferentes estratégias e também oportuniza a interação entre alunos. O objetivo desta dissertação foi elaborar um produto educacional, constituído por fichas de trabalho, aplicável na realidade escolar que contemplou o uso de metodologias ativas e estratégias de resolução de problemas pautadas nestes dois pressupostos e na construção da aprendizagem significativa. A questão que norteou o problema de pesquisa foi "Como utilizar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula para que o aluno possa construir um conhecimento significativo e que vá além dos muros da sala de aula?". Para contemplar a pesquisa como um todo, buscou-se conhecer a dimensão significativa da percepção, memória e atenção na linguagem, no desenvolvimento e na aprendizagem para o aluno. Discutiram-se, ainda, os pressupostos teóricos e práticos da metodologia de resolução de problemas. A pesquisa foi conduzida a partir do método de pesquisa bibliográfica. A análise necessária para a confirmação das fichas de trabalho realizou-se a partir do referencial teórico definido na seção sobre o estado da arte abordando o comportamento, o discurso e os dados concernentes à capacidade para a construção autônoma de conhecimento dos alunos quando confrontados com a metodologia de resolução de problemas. O conteúdo principal do produto educacional desta pesquisa foi fichas de trabalho na introdução de equações do 1º grau. A opção por esse conteúdo foi a partir de algumas situações supostas concernentes ao cotidiano dos alunos do Ensino Fundamental, tendo como objetivo promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, partindo-se do pressuposto que o querer e o gostar é uma condição para o desenvolvimento da aprendizagem. Como forma de "destruir as paredes da sala de aula", propôs-se o fim da dicotomização entre a reflexão e ação, como base de um processo de ensino em que o estudante é protagonista e o professor assume papel de mediador, dando ênfase à dimensão social e interacional nesse processo.

Palavras-chave: Resolução de problemas. Equação do 1º grau. Pensamento algébrico. Metodologias ativas. ETV.

ABSTRACT

Education has been undergoing changes, as students are no longer spectators and have the need to be producers of their own learning. In this conception, one sees the possibility of using active methodologies at school and the student becomes part of their learning process. In this way, the problem solving methodology is capable of favoring the student to develop different strategies and, also, provides opportunities for interaction between students. The objective of this dissertation was to develop an educational product consisting of worksheets, applicable in the school reality that included the use of active methodologies and problem solving strategies based on these two assumptions and on the construction of meaningful learning. The question that guided the research problem was: "How to use the problem solving methodology in the classroom so that the student can build meaningful knowledge that goes beyond the walls of the classroom?". In order to contemplate the research as a whole, we sought to know the significant dimension of learning. The theoretical and practical assumptions of the problem solving methodology were also discussed. The research was conducted using the bibliographic research method. The analysis necessary to confirm the worksheets was carried out from the theoretical framework defined in the section on the state of the art, addressing behavior, discourse and data concerning the capacity for autonomous construction of students' knowledge when confronted with the problem solving methodology. The main content of the educational product of this research was worksheets on the introduction of 1st degree equations. The choice for this content was based on some supposed situations concerning the daily life of elementary school students, with the objective of promoting the development of algebraic thinking, based on the assumption that wanting and liking are conditions for the development of learning. As a way of “destroying the walls of the classroom”, it was proposed to end the dichotomization between reflection and action, as the basis of a teaching process in which the student is the protagonist and the teacher assumes the role of mediator, emphasizing the social and interactional dimension in this process.

Keywords: Problem solving. 1st degree equation. Algebraic thinking. Active methodologies. ETV.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ETV	Ensino tradicional vigente
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNESP	Universidade Estadual Paulista
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ao observar as dificuldades na aprendizagem dos alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental no que diz respeitos aos conteúdos básicos da matéria de álgebra, tornou-se necessário fazer uma busca por alguma metodologia que pudesse contribuir para o seu desenvolvimento sem prejuízo a sua aprendizagem. Assim, foi iniciada a pesquisa no Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática, mestrado esse próprio para professores que queiram se atualizar em suas práticas pedagógicas, tratando-se de um curso profissional.

O título provisório dado ao projeto que gerou essa dissertação foi: “A importância da resolução de problemas para alunos dos anos finais do ensino fundamental”. Após leituras e estudos, o projeto passou a ser intitulado: “Resolução de problemas: derrubando as paredes da sala de aula”.

A pergunta que guiou o projeto finalizado na forma desta dissertação foi: “Como utilizar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula para que o aluno possa construir um conhecimento significativo e que vá além dos muros da sala de aula?”.

Apresentaram-se, no decorrer da pesquisa, questões concernentes à resolução de problema, às metodologias ativas e à aprendizagem significativa.

A resolução de problemas, segundo Romanatto, é uma metodologia de ensino capaz de desenvolver aprendizagens significativas. Estas aprendizagens estão embasadas em problemas que retomam conhecimentos prévios do aluno oferecendo ao aluno tempo para pensar em estratégias e espaço para expressar e justificar respostas.

> Na abordagem da resolução de problemas, como uma metodologia de ensino, o estudante tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas. O ensino da resolução de problemas não é mais um processo isolado (ROMANATTO, 2012, p. 308).

Quanto ao estado da arte, nessa pesquisa, foram apontados: i) os pressupostos teóricos e a relevância da metodologia da resolução de problemas; ii) a importância da preparação dos alunos para que estes sejam capazes de solucionar situações-problema enfrentadas também fora do ambiente escolar; e iii) o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O desenvolvimento do pensamento algébrico deve-se iniciar nos anos iniciais escolares; fazendo com que os alunos se sintam inseridos na educação matemática, deixando de ser uma educação somente para o ambiente escolar, passando a ser uma educação para além da escola, Mason (2007, p. 64-65) afirma que:

> Desenvolver o pensamento algébrico desde o início da escolarização é uma forma de empoderar os alunos e inseri-los na atividade matemática, por nós entendida como a prática social escolarizada, que pressupõe: investigar, levantar hipóteses, questionar, experimentar, testar e validar hipóteses, justificar, ser capaz de expressar oralmente ou por escrito as ideias, argumentar e contra argumentar.

Macedo (2012, p. 115) considera que as situações-problemas são estímulos ao trabalho, à competência relacional, ao pensamento proposicional e à confrontação de tarefas cotidianas. Toda situação-problema suscita a tomada de decisão, cria um risco de erro e apresenta barreiras a serem superadas. Destaca, ainda, que:

> Uma situação-problema supõe considerar algo em uma certa direção ou norte. A direção confere um valor, pois convida a superar obstáculos, fazer progressos em favor do que é julgado melhor em sua dimensão lógica, social, histórica, educacional, profissional, amorosa (MACEDO, 2012, p. 115).

Planejar significa definir uma sequência didática que integre conteúdo, recursos e estratégias. Para Zaballa, sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelo professor como pelos alunos" (2018, p. 18).

Dessa forma, a partir das considerações iniciais aqui destacadas, foi abordado o desenvolvimento do pensamento algébrico e a concepção de aprendizagem significativa como propostos pela metodologia de resolução de problemas. Revisou-se parte da bibliografia pertinente ao tema e apresentou-se um produto educacional constituído por um conjunto de fichas de trabalho, no formato de sequência didática.

Esta dissertação é composta de quatro capítulos, ficando, assim, estruturada: no Capítulo 1, abordou-se a introdução, o problema de pesquisa, a justificativa, a motivação, a questão norteadora, o objetivo geral e os objetivos específicos que direcionaram toda a pesquisa.

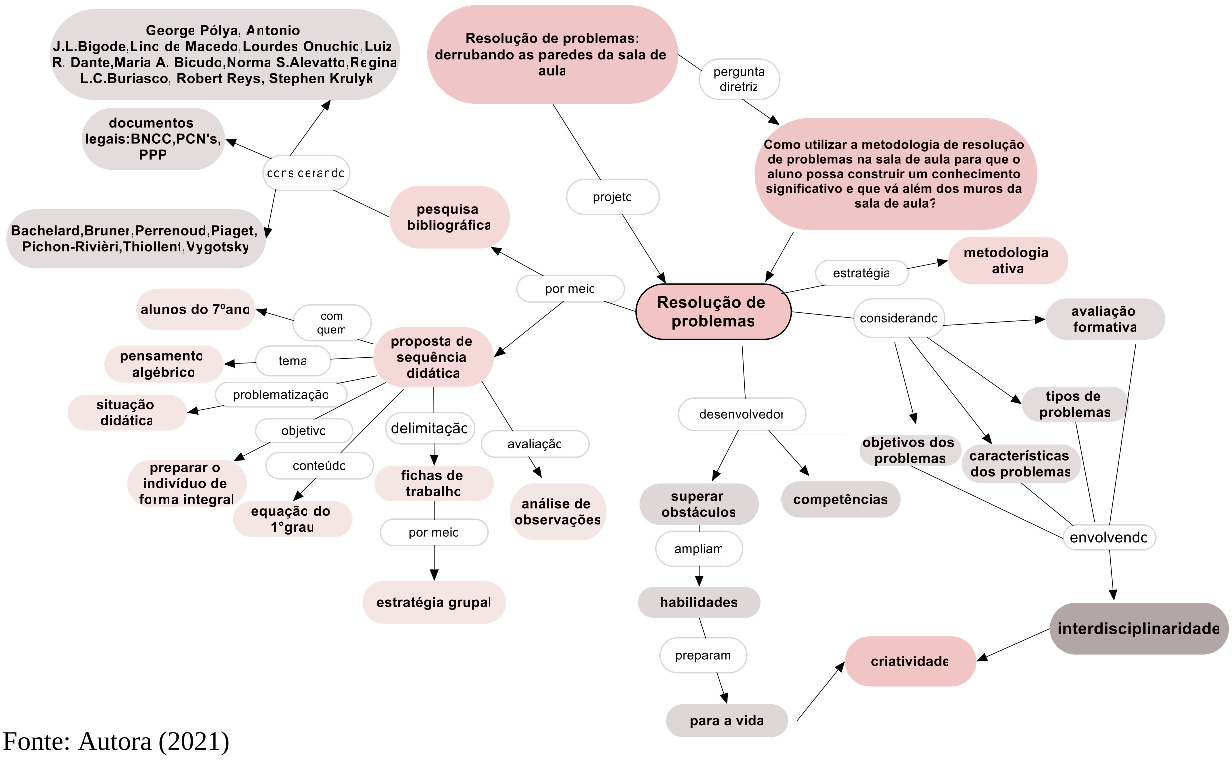
No Capítulo 2, refletimos sobre o estado da arte e os temas relevantes que vão das dificuldades de aprendizagem e de desenvolvimento do pensamento algébrico até o que os autores pensam sobre a aprendizagem por meio da resolução de problemas. Além de investigar sobre: os problemas aliados ao jogo no ensino da Matemática, e o papel do professor e do aluno frente às metodologias ativas. Também houve ênfase em como ensinar Matemática para além da sala de aula (aqui, investigamos resolução de problemas e criatividade, resolução de problemas e o ensino da álgebra, e a resolução de problemas e a estratégia grupal).

No Capítulo 3, abordamos os caminhos metodológicos adotados a partir de uma pesquisa bibliográfica cujo objetivo foi exploratório; além da criação e do desenvolvimento de um produto educacional, a partir da elaboração de fichas de trabalho. Houve a apresentação de um estudo comparativo dos produtos educacionais disponíveis que fazem referência à metodologia de resolução de problemas.

No Capítulo 4, apresentamos o produto educacional propriamente dito, fazendo a exposição da proposta de sequência didática: conjunto de fichas de trabalho. Apresentamos o objetivo geral das fichas de trabalho, as questões a serem levantadas na aplicação das fichas de trabalho, as expectativas do que esperar quando se trabalha sob a resolução de problemas e como devem ser aplicadas as fichas de trabalho, destacamos, assim, o ensino de álgebra por meio da resolução de problemas.

Apresentamos, na **Figura 1**, um mapa conceitual relativo ao trabalho. Nele, delineamos a questão central de nosso trabalho, a resolução de problemas, e como a abordamos no desenvolvimento da pesquisa.

Figura 1 – Mapa Conceitual: Introdução



Fonte: Autora (2021)

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

O problema de pesquisa levantado se refere à dimensão significativa da aprendizagem para o aluno, considerada a partir da perspectiva da metodologia de aprendizagem resolução de problemas, no campo da álgebra. Pretende-se que a prática de construção de conhecimento, embasada pela teoria a ser discutida e pelas fichas de trabalho preparadas para a aplicação prática, esteja de acordo com as necessidades dos alunos na construção significativa do conhecimento.

Durante a construção do problema de pesquisa, deparamo-nos com questões relevantes à educação, entre elas, podemos destacar: a possibilidade do aluno construir uma aprendizagem com significado para si mesmo; a possibilidade de trabalhar a resolução de problemas no ensino de equações e no desenvolvimento do pensamento algébrico; e a questão das etapas tanto para a construção quanto para a solução de problemas no processo de aprendizagem, como sugeridas por Onuchic (2013) e seu grupo. Para abordar estas questões, buscaremos ir além do ensino tradicional vigente, discutido no Capítulo 2, Seção 2.6, e argumentar em favor da metodologia de resolução de problemas como auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.2 MOTIVAÇÕES PESSOAIS

No início de 2019, após aberto o edital do Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática, na UERGS, Campus Guaíba-RS, mestrado este com foco na formação de professores que estão em sala de aula, busquei essa formação. Apresentei uma proposta que se baseou na metodologia de resolução de problemas na formação do pensamento algébrico. Propus um produto educacional que contém fichas de trabalho no formato de sequência didática. O título inicial do projeto era “A importância do trabalho com resolução de problemas para alunos dos anos finais do ensino fundamental”. Após ingresso e progressão nos estudos e na pesquisa, passando pelas disciplinas e pela participação no Seminário que constitui o Mestrado do PPGSTEM, seu título foi modificado para “Resolução de problemas: derrubando as paredes da sala de aula”.

1.3 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

A pesquisa baseou-se nos pressupostos teóricos e práticos da metodologia de resolução de problemas à luz de Vygotsky (2018, traduzido por Villalobos), de Macedo (2002), Onuchic (2013), Polya (2006), e Ausubel (1968 *apud* COSTA, 2008). A resolução de problemas é uma metodologia de ensino que introduz o aluno num ambiente de investigação, estimulação e exploração de novas estratégias. (RODRIGUES, 2006).

A metodologia de resolução de problemas permite a realização de processos de aprendizagem significativa e contextualizada. Ela é uma metodologia de característica ativa, na qual o aluno é o produtor de conhecimento. Isto significa que ele não decora o conteúdo e a forma, mas apreende conceitos, lida com princípios e procedimentos de forma contextualizada, além dos limites da escola; portanto:

> A resolução de problemas refere-se a qualquer atividade na qual tanto a representação cognitiva de experiência prévia e os componentes de uma situação problemática apresentada são reorganizados a fim de atingir um determinado objetivo (AUSUBEL, 1968 *apud* COSTA, 2008, p. 194).

Assumiremos esta perspectiva em nosso estudo considerando o ensino de Matemática como uma construção que ocorre dentro e fora da escola.

Lovato, Michelotti e Loreto (2018, p. 157) apresentam o histórico da metodologia ativa e de seus conceitos. Os autores argumentam que, do século XX ao XXI, confirmou-se a necessidade de modificação da forma e do conteúdo no processo de aprendizagem. Essa modificação apontava para a criação das metodologias ativas. Estas, afirmam os autores, "são metodologias nas quais o aluno é o protagonista central, enquanto os professores são mediadores ou facilitadores do processo" (LOVATO; MICHELOTTI; LORETO, 2018, p. 157).

O uso de metodologias ativas em sala de aula estimula o aluno a aplicar conhecimentos de forma criativa e coletiva saindo da sua posição de sujeito passivo para sujeito ativo. Para Araújo, "a metodologia ativa está centrada no aluno, posto que sua aprendizagem se torna protagonista, secundarizando-se o ensino, que fazia protagonizar o professor" (2015, p. 6).

Neste estudo, trabalharemos com uma forma de atividade em que o aluno atua como protagonista. Destacamos a metodologia da aprendizagem baseada em problemas em razão da sua proximidade com a resolução de problemas. Segundo Lovato, Michelotti e Loreto (2018, 160-161), a metodologia pode ser entendida a partir dos seguintes procedimentos: i) apresentação do problema, organização de ideias e definição do problema que enseja uma solução mediante conhecimentos prévios; ii) questionamento de aspectos desconhecidos; iii) planejamento sobre como serão resolvidas questões concernentes ao problema; iv) análise retrospectiva das questões levantadas mediante os novos conhecimentos adquiridos; e v) avaliação pelos alunos do processo e das atitudes dos colegas e das suas próprias. Os alunos, nessa forma de atividade, são responsáveis pelo processo de resolver o problema e pela avaliação da solução encontrada. O professor dá suporte para a formulação de uma solução sem apresentar respostas. Ele incentiva o aluno a resolver o problema e o mantém focado na tarefa.

Para Carraher, Carraher e Schliemann (2011), as formas de tratamento da matemática na escola e fora dela não são iguais: a matemática escolar é ensinada por uma pessoa capacitada academicamente para transmitir o conteúdo formal; fora desse ambiente, a matemática faz parte do cotidiano do indivíduo, seja na ida à feira, seja no trabalho como feirante, seja na construção de edifícios. É interessante notar que, tendo sido este livro lançado na década de 1980, tais formulações apresentam-se ainda atuais.

À luz do trabalho de Carraher, Carraher e Schliemann (idem), consideramos que a metodologia ativa de resolução de problemas, sob uma perspectiva de aprendizagem significativa, pode ajudar a derrubar algumas barreiras quanto ao modo do aluno lidar com a matemática. A sala de aula passa a ser uma extensão do mundo “exterior” e não o seu oposto. Compreendemos que uma aprendizagem de fato ativa é também é significativa. A significação da aprendizagem está relacionada à integração entre os problemas apresentados e as diversas formas do aluno de agir no mundo (MORAN, 2018). Quanto à aprendizagem ativa e significativa, Moran ainda aponta que:

> A aprendizagem é ativa e significativa quando avançamos em espiral, de níveis mais simples para mais complexos de conhecimento e competência em todas as dimensões da vida. Esses avanços realizam-se por diversas trilhas com movimentos, tempos e desenhos diferentes, que se integram como mosaicos dinâmicos, com diversas ênfases, cores e sínteses, frutos das interações pessoais, sociais e culturais em que estamos inseridos (MORAN, 2018, p. 37-38).

Klausen (2003) destaca que a aprendizagem significativa ocorre por meio de processos: “explorando, fracassando, tentando, corrigindo, obtendo dados, elaborando conjecturas, testando-as, construindo explicações” (p. 2), resultados de inferências que levam o aluno a comparar, fazendo analogias e refletindo. “Uma nova experiência é comparada quando outras hipóteses são criadas verificadas, confrontadas, explicadas, outras expectativas são criadas" (KLAUSEN, 2003, p. 2).

1.4 A QUESTÃO QUE NORTEOU A PESQUISA E OS OBJETIVOS

A questão norteadora que motivou os estudos que apresentamos agora na forma de uma dissertação foi **"Como utilizar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula para que o aluno possa construir um conhecimento significativo e que vá além dos muros da sala de aula?".** Tratamos a problematização do ensino de matemática na escola e apresentamos a metodologia da resolução de problemas. Nesta seção, são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos da pesquisa.

1.4.1 Objetivo geral

O objetivo geral foi elaborar um produto educacional constituído por fichas de trabalho com atividades que propõem a construção de um conhecimento significativo por meio da metodologia de resolução de problemas e a promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico, aplicável na realidade escolar. As atividades versam sobre conteúdos relativos à formação do pensamento algébrico. A metodologia de ensino é a resolução de problemas. A contextualização dos problemas a serem resolvidos pelos alunos, de acordo com a dimensão socioeconômica e cultural de suas vidas coletivas e individuais, será levada em consideração em todas as etapas de nossa pesquisa, e serão considerados os pressupostos teóricos adotados.

1.4.2 Objetivos específicos

a) discutir a efetividade do ensino de matemática conduzido a partir da resolução de problemas;
b) refletir sobre a importância de um professor-pesquisador para a educação, bem como, a importância de um aluno protagonista;
c) argumentar quanto a necessidade do uso da metodologia da resolução de problemas para uma aprendizagem significativa no ensino da matemática;
d) colocar o aluno como protagonista no processo de aprendizagem e não como receptor de conteúdos na aplicação do produto educacional.

2 O ESTADO DA ARTE

Com o propósito de abordar a pergunta norteadora deste projeto e alcançar os objetivos estabelecidos, apresentamos um referencial teórico que verse sobre a metodologia de resolução de problemas no ensino da álgebra. Consideramos tal estudo um estado da arte embasado nos aportes de Ferreira (2002, p. 258), que define "o estado da arte como um mapeamento e discussão de diferentes produções acadêmicas produzidas em nosso país e em outros em diferentes épocas, dentro de determinadas condições sócio-históricas, de forma descritiva".

Os princípios utilizados na dissertação aqui apresentada encontram suas bases no construtivismo, cognitivismo e sociointeracionismo, conforme as teorias de Piaget e Vygotsky, bem como, em outros autores que contribuam com a temática apresentada.

Compreendemos que, na sala de aula, as relações sociais são determinantes para o aluno construir seu conhecimento. Procurando fazer com que o processo de desenvolvimento da aprendizagem seja significativo, a metodologia da resolução de problemas, em sua aplicação, busca incentivar o aluno a desenvolver a capacidade de leitura, interpretação e compreensão do conteúdo apresentado como desafio na forma de situação-problema. Para além disso, a metodologia busca não se limitar à resolução de problemas dentro do ambiente escolar, mas é parte de um esforço que deve se dar entre o aluno, o professor, a estrutura escolar e as demais estruturas sociais para que o ensino possa incidir sobre o cotidiano dos protagonistas em seus processos de aprendizagem.

2.1 SOBRE DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM E DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Autores como Silva *et al.* (2019, p. 229-231) mostram como a dificuldade de compreender e aplicar conceitos matemáticos acentua-se quando levamos em conta o conhecimento algébrico. Esses autores enfatizam que "A álgebra estuda formas de resolução de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas" (p. 231), havendo possibilidade de desenvolvê-la desde os anos iniciais do Ensino Básico.

Segundo Pereira (2017), o mecanicismo e falta de contextualização dos exercícios algébricos são as fontes principais da incompreensão e resistência à matemática por parte dos alunos. A autora considera que, para além do conhecimento das equações, é necessário o desenvolvimento do pensamento algébrico. Este deve ser tomado como um conhecimento não apenas matemático, mas próprio da vida social. Para Pereira (2017), a álgebra é uma nova linguagem, e, como tal, é, necessário que seja dotada de sentido. Espera-se que sirva ao desenvolvimento de um raciocínio mais complexo e totalizante, que trate os conceitos de forma relacional (PEREIRA, 2017, p. 1-5).

Pereira (2017) analisa as contribuições de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Araújo (2008), Gil (2008), Sessa (2009), Lins e Gimenes (1997), Sortisso (2011) e Ponte, Branco e Matos (2009) sobre as dificuldades de apreensão dos procedimentos algébricos pelos alunos. De sua análise, aponta fontes que explicariam essas dificuldades: i) o mecanicismo na explicação; ii) a explicação insuficiente da função das letras dentro das equações algébricas; iii) a falta de uma abordagem significativa; iv) a rigidez e a incapacidade para a construção espiralada, retomando os conteúdos já discutidos, do conhecimento algébrico por parte dos professores; v) a incapacidade, em consequência, de os alunos desenvolverem um pensamento verdadeiramente algébrico, valendo-se, antes, de procedimentos aritméticos para solucionar problemas algébricos; vi) a separação rígida entre aritmética e álgebra no campo da educação matemática e, consequentemente, na construção do pensamento algébrico, que subjaz a incompreensão entre a função de uns e outros procedimentos (PEREIRA, 2017, p. 5-7).

Entre os elementos característicos do pensamento algébrico, diante da problemática discutida por Fiorentini, Morin e Miguel (1993), são apontados no artigo de Pereira (2017, p. 7): "percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com os que variam, tentativa de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização". Segundo a autora, a intuição e a motivação contextualizada pela vida social dos alunos devem ser aspectos observados neste processo que deve ter como objetivo a capacitação do aluno para pensar o mundo numericamente. Para Pereira (2017, p. 7-9), significado e aplicabilidade convivem em conjunto na construção do pensamento algébrico.

Segundo Barbosa e Borralho (2009), citados por Aguiar (2016), a álgebra deve ser compreendida como uma forma de generalização da aritmética e, mais profundamente, de resolução de problemas. Aguiar argumenta que, para além das regras decoradas, a álgebra deve ser compreendida como uma estrutura significativa e o pensamento algébrico como a forma de pensar própria da compreensão dos significados internos do conhecimento algébrico incentivado na escola. Aguiar (2016, p. 3-5) assinala que o ensino de álgebra deve ser transversal e não apenas específico na educação matemática.

Para a autora, existem lacunas decorrentes da incompreensão de elementos paramatemáticos (auxiliares do conhecimento matemático) e protomatemáticos (antecedentes ao conhecimento matemático) durante a transposição didática na passagem do saber ensinado a partir da construção de objetos pedagógicos e do saber ensinado mediado pelo professor. Tal problema, segundo Aguiar (2016, p. 7), dificulta “o desenvolvimento de alguns objetos de ensino”.

Smole e Diniz (2001, p. 74-84) sugerem algumas estratégias para incentivar a leitura com os alunos, entre elas: “a confecção de um dicionário de matemática; problemas em tiras; que conta resolve?; comparar dois problemas; a leitura de livros didáticos e outras leituras como poemas, artigos, revistas, gráficos e tabelas”, podendo, ao utilizar esses recursos, criar o hábito de leitura e escrita nos alunos.

Silva *et al.* (2019, p. 231-239) afirmam que tanto a contextualização quanto a transversalidade são pressupostos de um bom ensino de álgebra. A abstração, segundo os autores, é um fator que dificulta a apreensão da complexa cadeia de significados algébricos e do pensamento algébrico, consequentemente. Estevão e Gonçalves (2021, p. 10852) argumentam que se deve descartar o mecanicismo e prezar-se pela construção de redes de significado capazes de auxiliar no desenvolvimento do pensamento algébrico. Pereira (2017, p. 10) aponta que a desfragmentação dos conteúdos matemáticos e a contextualização de vivências são formas de auxiliar a formação para a vida e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Fica claro, portanto, em consonância com os autores aqui citados, que o caminho para a superação das dificuldades de apreensão e compreensão do pensamento algébrico é em pregar metodologias ativas. Metodologias essas que questionam a forma mecânica de ensinar e apontam para uma concepção de construção significativa do conhecimento.

2.2 SOBRE A APRENDIZAGEM POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Em todos os âmbitos, existem problemas a serem resolvidos, desde a ida do indivíduo à padaria para comprar pão ou à farmácia para a compra de um medicamento até o planejamento de vida. A vida adulta é feita de planejamentos, que envolvem resolução de problemas em todos os âmbitos seja na área social, seja familiar, seja financeira, por isso a escola precisa pensar nessas questões e oferecer formas de o aluno aprender a lidar, desde o ensino fundamental, com situações-problema que se assemelham àquelas vivenciadas por seus familiares na vida real. Dessa forma, é importante que o professor saiba planejar atividades diferenciadas que estimulem os alunos a pensar, raciocinar, buscar soluções e encontrar alternativas para a resolução de diferentes problemas envolvendo, inclusive, o pensamento algébrico.

Ao refletir sobre como ocorre o pensamento algébrico, Blanton e Kaput (2005, p. 413) o definem como:

> Um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade.

Onuchic (1999, p. 215) aponta que: "a atividade matemática escolar não se resume a olhar para coisas prontas e definitivas, mas para a construção e apropriação, pelo aluno, de um conhecimento que servirá para compreender e transformar a realidade". Com a metodologia de resolução de problemas, o aluno, segundo Moran (2018, p. 3), "aumenta a flexibilidade cognitiva, que é a capacidade de alternar e realizar diferentes tarefas, operações mentais ou objetivos, superando modelos mentais rígidos e automatismos pouco eficientes".

Onuchic (1999, p. 210-211) considera que a resolução de problemas viabiliza ao aluno a capacidade de adquirir conhecimento e, ao mesmo tempo, aprender a administrar as situações em que ele deve ser aplicado, e, ao fazer uso das informações apresentadas, desenvolverá novos conhecimentos. Neste processo, não existem respostas prontas, mas estratégias necessárias para conceber a questão em sua complexidade e possibilidades de resolução.

Assim, a vida escolar e extraescolar não devem estar desconectadas uma da outra, tendo o professor a responsabilidade de incentivar esta percepção, que poderá tornar a aula de Matemática significativa para o aluno.

Com o intuito de buscar novas formas de ensinar Matemática a fim de aproximar esse componente curricular com as vivências do aluno, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2020) propõe a melhoria na qualidade da educação e busca a equidade para todos os alunos do Brasil.

As competências dispostas na BNCC (BRASIL, 2020, p. 265-267) para a educação matemática estão associadas à resolução de problemas desde os primeiros anos do ensino fundamental. Para desenvolver o trabalho proposto, devemos instigar o aluno a buscar uma solução, sendo o caminho até esta resposta mais importante que a correção ou solução do problema. Dois pontos levantados na seção Competências Gerais da Educação Básica são importantes para o nosso trabalho:

> 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
> [...]
> 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo (BRASIL, 2020, p. 9).

Dessa forma, a BNCC considera os pressupostos que, em articulação com as competências gerais da Educação Básica, a área de Matemática e, por consequência, o componente curricular de Matemática, devem garantir aos alunos o desenvolvimento de oito competências específicas; e destacamos aqui como as competências dois, três e seis que se enquadram nos objetivos desta pesquisa.

> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo;
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BNCC, 2020, p. 266-267).

Consideradas as diretrizes da BNCC, percebemos que, ao final da educação básica, os alunos sejam capazes de interagir no meio em que vivem, que consigam fazer uma leitura de mundo e agir criativamente para modificá-lo. A BNCC preconiza uma formação de indivíduos pensantes, capazes de decidir de forma intencional, projetando um fim viável para a utilização do conhecimento. As diretrizes indicam que os indivíduos devem saber exercer seus direitos e levar a cabo seus deveres, bem como fazer escolhas visando à coletividade. Ainda ressaltamos, na BNCC, como relativo às competências específicas para a educação matemática no Ensino Fundamental, a importância do desenvolvimento do raciocínio lógico, da curiosidade e da capacidade para utilizar o conhecimento praticamente e em diversos contextos (BRASIL, 2020).

As competências para o ensino da Matemática, conforme a BNCC, estão ligadas à resolução de problemas. Espera-se que sejam trabalhadas atividades que estimulem o aluno a desenvolver raciocínio lógico e que utilize o conteúdo necessário para solucionar tarefas do meio social.

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2020, p. 265).

Onuchic (2013, p. 93) reforça o que vem sendo orientado na BNCC quando aponta que:

> O mundo passa por mudanças. A tecnologia está mudando, a matemática está mudando; portanto, a educação matemática, assim como a percepção da sociedade e o apoio concedido a essa disciplina escolar, precisa mudar para ir ao encontro das necessidades do século XXI.

Onuchic e Allevato (2011, p. 81) apontam ainda que um problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer". Onuchic (2013, p. 92) considera a Educação Matemática uma ciência "empírica e inerentemente multidisciplinar".

Ela destaca também a necessidade de se seguir o roteiro criado e utilizado no Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), da UNESP – Rio Claro/SP, do qual Onuchic é coordenadora (2011, p. 83-84). Este roteiro pode servir como um documento norteador para professores que desejam abordar a metodologia de resolução de problemas. Suas etapas são, em resumo: i) a seleção de problemas com conteúdo gerador, que suscite resoluções criativas, de acordo com o objetivo da aula, para que seja desenvolvido o conhecimento matemático; ii) a leitura individual; iii) a leitura conjunta; iv) a resolução do problema após as leituras; v) a observação e estímulo à troca de ideias entre alunos pelo professor; vi) o registro das resoluções no quadro; vii) a discussão das resoluções pelos alunos guiada pelo professor; e viii) a busca do consenso em torno da resolução; e ix) e a apresentação da resposta formal aos alunos pelo professor

Dante (2010, p. 24) classifica os problemas em: *i) exercícios de reconhecimento*, que são aqueles utilizados para lembrar conceitos e definições; *ii) exercícios de algoritmos*, que são usados para treinar operações já aprendidas, no geral, sendo resolvidos passo a passo; *iii) problemas-padrão*, que são usados para reforçar operações já aprendidas, podendo ser simples, quando resolvidos só por uma operação, ou compostos, quando por duas ou mais operações, e tendo ainda o caráter de evidenciar o vínculo existente entre as operações; *iv) problemas-processo ou heurísticos*, nos quais as operações não estão explícitas no enunciado e o aluno precisa refletir, analisar, pesquisar para, assim, poder traçar estratégias para resolver o problema; *v) problemas de aplicação*, que são aqueles problemas que consideram situações reais do dia a dia, situações reais matematizadas, podendo ser chamados também de situações-problema contextualizadas; e *vi) problemas quebra-cabeça*, definidos como atividades que desafiam e envolvem os alunos – normalmente, eles contêm algum enigma ou charada para solucionar.

Segundo Dante (idem), para que os alunos desenvolvam a capacidade de solucionar problemas matemáticos, o processo de ensino-aprendizagem deve aprimorar o raciocínio do aluno para que ele use sabiamente os métodos ao seu alcance; e oferecer ao aluno situações novas e inovadoras, preparando-o para o imprevisto. Valente (2018), ao abordar a técnica da sala de aula invertida, indica que adotar as metodologias ativas, que colocam o foco da aprendizagem na descoberta, na investigação e na resolução de problemas, desloca o centro do processo do professor para o aluno. Enquanto, no ensino regido por uma pedagogia tradicional, a atividade de transmissão é central, as metodologias ativas tornam a sala de aula um ambiente de questionamento e discussão. Segundo Valente (2018), ao invés de simplesmente fazer exposição de um conteúdo definido, o professor passa a incentivar a construção do conhecimento mediante a exploração das dúvidas e dos conhecimentos prévios do aluno.

Dante (2010, p. 48) argumenta que é necessário para o processo de aprendizagem do aluno tanto o uso da criatividade quanto de estratégias para resolver problemas. O autor ressalta que um "bom problema" deve desafiar o aluno, ser real, ser interessante, e que o elemento desconhecido do problema deve ser verdadeiramente desconhecido, não devendo ser o uso das operações evidente. Além disso, a proposta do problema deve respeitar o nível adequado de dificuldade para o aluno. Caso o professor não respeite esses itens, o aluno poderá se desmotivar e a metodologia não será tão eficaz. Alguns fatores que podem dificultar a realização de um problema e que devem ser considerados, segundo Dante (2010, p. 52), são:

> A linguagem usada para redigir o problema; o tamanho e a estruturação das frases; o vocabulário matemático específico; o 'tamanho' e a complexidade dos números; a apresentação do problema; a ordem das informações apresentadas; os números e a complexidade das condições a serem satisfeitas; e as estratégias envolvidas na resolução do problema.

Sob a concepção de Polya (2006), é necessário, ainda, que sejam consideradas etapas para resolver um problema e orientar os alunos a segui-las na aplicação da metodologia aqui posta em questão. Polya (2006) apresenta as já conhecidas quatro etapas que permitiriam ao aluno enfrentar o processo de resolver um problema. A primeira etapa é a de compreensão do problema, quando o aluno deve ler e tentar compreender o que é proposto. Isso significa extrair do problema as informações e dados apresentados, analisar se há a possibilidade de resolvê-lo por meio de figuras ou diagramas e, até mesmo, se é possível "chutar" a resposta.

Na segunda etapa, o aluno deve *elaborar um plano* para solucionar o problema. Deve procurar estratégias conhecidas, lembrar se já resolveu algum problema semelhante. Necessita organizar os dados apresentados enquanto verifica se há possibilidade de resolver o problema por partes.

A terceira etapa é a da *execução do plano* passo a passo. Nesta etapa, são efetuados todos os cálculos que estão de acordo com o plano traçado e realizadas as estratégias de resolução do problema. O aluno deve se certificar de que considerou as outras formas de resolver o mesmo problema, se existirem.

Na quarta etapa, o aluno deve fazer uma *retrospectiva do plano traçado*. Isso significa que deve verificar o resultado obtido e se chegará ao mesmo resultado utilizando outro caminho. Deve observar se é possível usar os mesmos caminhos na resolução de problemas semelhantes. Para Polya (2006), ao escolher a metodologia da resolução de problemas, o professor deve estimular que o aluno siga estas etapas para desencadear o processo da solução de problemas. Possivelmente, o professor poderá fazê-lo mesmo em uma disciplina como álgebra.

É possível afirmar que trabalhar com a resolução de problemas nas aulas, além de favorecer o desenvolvimento de diferentes estratégias, também possibilita a interação entre alunos. Um sujeito inserido no processo de aprendizagem pode apresentar seu ponto de vista sobre a solução de uma atividade e, assim, expor seu raciocínio neste processo. Partindo deste pressuposto, a atividade desenvolvida em pequenos grupos é considerada por Slavin (2014, p. 3) uma estratégia importante, pois, por meio dela, a aprendizagem cooperativa sustenta a troca de idéias "*Cooperative learning refers to teaching methods in which students work to gether in small groups to help each other learn academic contente*".

2.3 O JOGO ALIADO À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O papel do professor no trabalho com jogos é o propiciar ao aluno a possibilidade de aprender Matemática de forma lúdica. Ao se elaborar um trabalho com jogos, ressalta-se a necessidade de haver um planejamento, que, conforme indica Macedo (2000, p. 15), consiste em “objetivo, público, materiais, adaptações, tempo, espaço, dinâmica, papel do adulto, proximidade a conteúdo, avaliação da proposta, continuidade”.

Macedo (2000, p. 19) observa, segundo a concepção construtivista, que o processo de apreensão de conhecimento, quando vinculado à perspectiva de uma “mudança de nível” do “jogador”, passa, fundamentalmente, por quatro etapas, sendo elas: i) o jogador reconhece os materiais e aprende as regras; ii) ele passa a jogar e constrói estratégias para a “vitória”; iii) ele soluciona as situações apresentadas no jogo; e iv) ele analisa os passos seguidos no jogo, suas implicações, retrospectivamente. Para Almeida (1984, p. 32):

> O jogo é um procedimento didático altamente importante; é mais que um passatempo; é um meio indispensável para promover a aprendizagem, disciplinar o trabalho do aluno e incutir-lhe comportamentos básicos, necessários à formação de sua personalidade.

Para possibilitar um trabalho com resolução de problemas e jogos nas aulas de matemática, há a necessidade de que o professor diversifique seu material pedagógico, bem como, suas estratégias e seu ambiente de aprendizagem. Smole, Diniz e Candido (2000, p. 11) evidenciam que:

> Explorar, investigar, descrever, representar seus pensamentos, suas ações [...] representar, ouvir, falar e escrever são competências básicas de comunicação, essenciais para a aprendizagem de qualquer conteúdo em qualquer tempo; o ambiente previsto para o trabalho, precisa contemplar momentos para a produção e leitura de textos, trabalho em grupos, jogos, elaboração de representações pictóricas e, a elaboração e leituras de livros.

Com criatividade, o professor pode ampliar a sala de aula para outros espaços da escola, como o pátio, a quadra ou a biblioteca, tornando o ambiente de aprendizagem acolhedor, divertido e aberto a mudanças. Às vezes, o ambiente de sala de aula se torna austero, com regras rígidas que não permitem que o aluno explore o máximo de suas potencialidades. Diversificar técnicas, estratégias e espaços favorecem a aprendizagem dos alunos. “O ensino da matemática por meio de jogos, por exemplo, pode transformar as atividades matemáticas que, às vezes, são geradoras de sofrimento para muitos educandos em fonte de satisfação, motivação e interação social” (MARQUES; PERIN; SANTOS, 2013, p. 2). Ressalta-se, também, que o professor deve ter cuidados e critérios com a escolha do jogo e do conteúdo abordado em seu desenlace, bem como, a consciência dos conteúdos previamente assimilados pelo aluno, o trabalho com jogos poderá se tornar uma estratégia de ensino, deixando de ser um mero instrumento de diversão. Marques, Perin e Santos (2013, p. 6) defendem que:

> Ao jogar, o aluno resolve questões por meio de tentativa e erro; pode reduzir um problema em situações mais simples; representar problemas, através de desenhos, gráficos ou tabelas; fazer analogias de problemas semelhantes e desenvolver o pensamento dedutivo. O jogo pode ser aproveitado como instrumento facilitador no processo de construção de conhecimentos, visto que facilita seu desenvolvimento cognitivo, tendo em vista que os jogos matemáticos e a matemática recreativa são carregadas de ludicidade.

Conforme Kamii e DeClarck (1993, p. 172), os jogos auxiliam a compreensão do aluno na interação social sobre a construção de sua autonomia e segurança, na aplicação de seus conhecimentos e avaliação do comportamento próprio e do grupo formado para a atividade.

2.4 O PAPEL DO PROFESSOR E DO ALUNO FRENTE ÀS METODOLOGIAS ATIVAS

As metodologias ativas, como já foi apresentado, colocam o aluno no papel de protagonista e o professor no papel de organizador e incentivador. Uma acepção de metodologia, conforme Moran (2018), "é um conjunto de princípios que orientam o processo de ensino e de aprendizagem". Ainda, segundo Moran (2018, p. 41), desenvolve-se a metodologia em "estratégias, abordagens e técnicas concretas, específicas e diferenciadas" e define que "Metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida" (2018, p. 41).

O planejamento do professor na aplicação das metodologias ativas prioriza o levantamento de hipóteses que possam incentivar os alunos a buscarem estratégias de resolução de problemas. Polya (2006) considera que o professor que pretende incentivar os alunos a produzirem questionamentos sobre o problema precisa manter em seu horizonte dois objetivos: auxiliar o aluno na resolução dos problemas apresentados e incentivar a resolução autônoma.

Blaszko, Claro e Ujiie apontam a importância do professor utilizar as metodologias ativas, pois, a partir delas:

> O estudante se constitui como um ser que interage ativamente e constrói conhecimento de forma individual e coletiva. Nesse sentido, o professor tem papel ímpar em estimular e despertar a curiosidade dos alunos, tornando-os protagonistas

> de suas aprendizagens, incentivando-os para que se tornem pesquisadores, descobridores de seus potenciais, por meio de uma aprendizagem que deve acontecer não só de forma individual, mas também em processos coletivos, em parceria com seus colegas e professores (BLASZKO; CLARO; UJIIE, 2021, p. 6).

Kamii e DeClark (1993, p. 299) mostram em seu trabalho que a aprendizagem é um processo do aluno. É por isso que devemos considerar os conhecimentos que ele já adquiriu, e aceitar suas experiências. Do ponto de vista da cognição, esse processo se desenvolve por reformulação e/ou aprofundamento de concepções. Para as autoras, é preciso que se observe que "as pessoas não podem aprender bem através de exercícios impostos, medo de testes, passividade mental e obediência". O professor deve considerar esse aspecto importante para uma aprendizagem significativa. Dessa forma, "[...] a aprendizagem por questionamento e experimentação é mais relevante para uma compreensão mais ampla e profunda" (BACICH; MORAN, 2018, p. 2) oferecendo ao aluno a possibilidade de aprender.

2.5 ENSINAR MATEMÁTICA PARA ALÉM DA SALA DE AULA

O aluno começa a aprender desde seus primeiros anos de vida no ambiente familiar e na vida social, e continua a aprender também nestes âmbitos após entrar na escola. Segundo Vygotsky (2018, p. 109):

> A aprendizagem escolar nunca parte do zero. Toda aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história. Por exemplo, a criança começa a estudar aritmética, mas já muito antes de ir à escola adquiriu determinada experiência referente à quantidade, encontrou diversas operações de divisão e adição, complexas e simples; portanto a criança teve uma pré-escola de aritmética, e o psicólogo que ignora este fato está cego.

A partir de Vygotsky (2018), compreendemos que a convivência familiar convivência social e escolar são instâncias que atuam em conjunto para formar o sujeito envolvido no processo pedagógico como aprendiz. Assim, o ensino "para além dos muros da escola" é o que deve ocorrer, aceitando-se o fato de que a aprendizagem acontece, conforme Vygotsky, por meio do conjunto das relações sociais mediadas pela escola e pelo professor. São as experiências da vida que trazem sentido à aprendizagem, pois "o saber que não passa pela experiência pessoal não é saber" (VYGOTSKY, 2001, p. 76). A separação entre a escola e seu ambiente externo é, neste sentido, uma manifestação do que Paulo Freire considerava como dicotomização da reflexão e da ação, divisão feita entre o conteúdo ensinado e sua aplicação real. Freire (1987) argumenta que a divisão entre o que se aprende dentro da escola e como se utiliza esta aprendizagem socialmente é de suma importância para o indivíduo.

Moreira (2011, p. 14) afirma que é na interação entre o que já é conhecido e o que se apreende das novas informações, dados e explicações de forma mediada que o conhecimento se desenvolve quantitativa e qualitativamente. Esta interação se dá a partir de um esforço conjunto entre os alunos dispostos a aprenderem e o professor, enquanto mediador.

Aprender para além dos muros da escola é aprender num ambiente institucional para além da perspectiva da institucionalidade, por isso Mendes enfatiza que o "professor deve procurar resgatar as relações existentes na realidade que possam criar condições alternativas, visando à compreensão e intervenção nesse contexto social onde o conhecimento é produzido" (2009, p. 124).

2.5.1 Resolução de problemas e criatividade

Conforme argumentado por Vale e Pimentel (2012) e Moran (2018), os alunos são protagonistas no processo de construção do aprendizado matemático no uso de metodologias ativas. Referente especificamente ao contexto da resolução de problemas, Vale e Pimentel (2012, p. 350) afirmam que "A inovação e a criatividade desempenham um papel importante neste contexto, sendo uma característica dinâmica que os alunos devem desenvolver; para isso, os professores devem proporcionar-lhes condições adequadas".

É importante refletir sobre o papel da criatividade em relação ao ensino uma vez que auxilia o aluno na produção de significados, com o trabalho, as informações e conhecimentos adquiridos, e, de certo modo, com o mundo em que vive, conforme podemos concluir das autoras (2012, p. 348):

> Ambientes de aprendizagem onde sejam dadas oportunidades aos alunos para resolver problemas de matemática utilizando estratégias de resolução diversificadas e para formular os seus próprios problemas a partir de situações que lhes sejam apresentadas, seja em contextos matemáticos ou não matemáticos, pode envolvê-los em explorações matematicamente ricas, aumentar a sua motivação e encorajá-los a investigar, tomar decisões, generalizar, procurar padrões e conexões, comunicar, discutir ideias e identificar alternativas (VALE; PIMENTEL, 2012, p. 348).

Sobre uma definição para a criatividade, Vale e Pimentel (2012) propõem pontos de concordância que conseguem extrair dos diversos autores que investigaram sobre o assunto: o envolvimento do *pensamento divergente; a formulação de ideias* em resposta à provocação, a *flexibilidade* na formulação de caminhos para atingir uma resposta até que se encontre o melhor deles e a *originalidade* na utilização e construção do conhecimento; e a *formulação de problemas próprios* e que retomem contextos sociais e individuais que dizem respeito ao aluno (idem, p. 351). As autoras destacam que, para aprender criativamente e de modo autônomo, é necessário que o aluno seja incentivado a conhecer conceitos, princípios e procedimentos matemáticos. Esse processo, ainda, segundo as autoras, deve contemplar que o questionamento ocorre sobre conhecimento e sobre sua aplicabilidade. Diante disso, o aluno contextualiza-o para si, traçando caminhos gerais para analisar sua própria apreensão de forma reflexiva.

Autores como Vale e Pimentel (2012) e Moran (2018) exploram a ideia de que o professor deve incentivar a resolução de problemas que tenham uma dimensão significativa para o aluno, observando que os problemas devem ter diferentes níveis de dificuldade. Para esses autores, uma atividade é significativa se o aluno estiver engajado no processo de resolver o problema. Para isso, o problema precisa estar de acordo com possíveis motivações do aluno. Isso deve incentivá-lo a discutir sobre possíveis estratégias de resolução dos problemas.

Diniz (2001, p. 92) enfatiza que a resolução de uma situação-problema não é somente o ato de compreender e chegar à resposta correta por meio de fórmulas e técnicas; este é um tipo de atividade que incentiva e desenvolve a criatividade e o senso crítico, promovendo uma análise qualitativa do que está sendo proposto.

Marques, Perin e Santos (2013, p. 4) apontam que "ensinar matemática é desenvolver o raciocínio lógico independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas". Ensinar de forma criativa direcionando o aluno a buscar respostas na resolução de problemas a partir de simulações reais faz com que esse aluno compreenda o que aprendeu como um objeto de ensino útil e necessário à vida. Os autores afirmam, ainda, que "no intuito de promover uma aprendizagem significativa e alcançar resultados satisfatórios, educadores buscam cada vez mais instrumentos que sirvam de recursos pedagógicos auxiliares e a ludicidade envolvendo os jogos para ensinar matemática" (MARQUES; PERIN; SANTOS, 2013, p. 4).

Vivemos em uma sociedade competitiva, acelerada tecnologicamente, na qual mudanças acontecem em frações de segundos, exigindo, cada vez mais, sujeitos competentes, criativos e hábeis nas tarefas que realizam, portanto, não há mais como manter um ensino tradicional, desestimulado e repetitivo, temos urgência em despertar nos alunos a vontade de refletir, dialogar, pensar, criar e solucionar problemas seja no âmbito familiar, seja social, seja profissional.

2.5.2 Resolução de problemas e o ensino da álgebra

Ensinar álgebra é um desafio que o professor enfrenta, bem como aprender álgebra é um desafio para o aluno. O conteúdo abstrato e a forma simbólica do pensamento algébrico constituem o conhecimento algébrico (FURQUIM, 2018). Ponte opina que, para o aluno desenvolver o pensamento algébrico, ele precisa ser capaz de lidar com cálculos, funções e estruturas matemáticas, afirmando que:

> Podemos então dizer que o pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções. No entanto, inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o "sentido dos símbolos" (PONTE, 2006, p. 7).

Freire (2011), a propósito dos seus estudos sobre os trabalhos de Carraher, conclui que a construção das condições para o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ocorrer desde os primeiros anos escolares, por meio de atividades de resolução de problemas em que os símbolos adquiram formas significativas para os alunos. Segundo Freire (2011, p. 40):

> O desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser desenvolvido juntamente com o sentido do número, como também é necessário que os alunos tenham experiências concretas para construir um significado do pensamento algébrico. Essas experiências envolvem o entendimento de processos essenciais para a compreensão algébrica, como a procura de padrões e regularidades, o estabelecimento de relações, transformações de expressão aritmética para algébricas e entendimento do significado de símbolos.

Tal caminho pode ajudar a eliminar parte do fracasso escolar proveniente da insatisfação com o ensino matemático nos anos finais do Ensino Fundamental. No entanto, esse processo de mudança depende, em grande parte, dos professores, como defende Pereira (2017, p. 12) ao comentar sobre a formação de professores:

> Cabe ao professor o direcionamento das atividades que irão atender a demanda necessária às mudanças do ensino para um ensino de qualidade, sabemos que sua ação pedagógica não é o único fator para o sucesso, que o professor precisa do apoio da equipe pedagógica, do querer aprender dos alunos, mas, com certeza, sua iniciativa fará uma grande diferença.

Ao professor cabe oportunizar aos alunos estratégias de ensino que os conduzam ao gosto pelo ensino da matemática como um fator facilitador para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com Siew, Geofrey e Lee (2016), o pensamento algébrico é construído por um trabalho que envolve a resolução de problemas, e a representação e as habilidades de raciocínio. Os autores consideram que a falta de habilidade para manejar a igualdade das equações dificulta a resolução de problemas de interpretação que envolvem a álgebra.

Segundo Vygotsky (2018), na zona de desenvolvimento proximal, existe uma área de desenvolvimento potencial que define a capacidade individual do aluno na resolução de problemas e sua capacidade coletiva de resolver problemas com o auxílio do professor ou dos colegas de classe. Por isso, quanto mais estímulo maior será a sua oportunidade de desenvolver o conhecimento e o trabalho com jogos, o que o auxiliará no aperfeiçoamento do pensamento matemático e promoverá uma aprendizagem do pensamento algébrico assentada na conexão entre a aritmética e a álgebra.

Na BNCC (2017, p. 270), observa-se a preocupação do trabalho com o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – "que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, de situações e estruturas matemáticas" desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Desta forma, os professores terão que se preparar para o ensino da matemática, conhecendo os conteúdos e planejando aulas que desenvolvam no aluno a intenção necessária para que ele desenvolva o pensamento algébrico.

Para Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017), o conhecimento do conteúdo por parte do professor está intimamente ligado ao sucesso da aprendizagem de seus alunos. Também esses autores postulam a necessidade de se trabalhar considerando as relações presentes entre o ensino da álgebra e da aritmética, que configuram o pensamento algébrico, desde os anos iniciais. Argumentam os autores que, deste modo, se torna possível diminuir os entraves que surgem na transição da aritmética para a álgebra. Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017) argumentam, ainda, que o desenvolvimento do pensamento algébrico deveria ser estimulado, mesmo que não por completo, nos anos iniciais.

Por outro lado, Vergnaud (1997, p. 5 *apud* FREIRE, 2011, p. 32) afirma que:

> [...] o desenvolvimento do pensamento algébrico se caracteriza quando o aluno estabelece relações e comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas numéricas ou padrões geométricos; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema e produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Blanton e Kaput (2005), e Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2018) abordam que, ao desenvolver o raciocínio algébrico, os alunos passam por um processo pelo qual generalizam as ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos e expressam por meio de discursos de argumentação o que aprendem. Segundo os autores, esses alunos, ainda nos anos iniciais, conseguem categorizar o pensamento algébrico de quatro formas distintas:

> O uso da aritmética como o domínio da expressão e a formalização da generalização (Aritmética Generalizada); a generalização de padrões numéricos para descrever as relações funcionais (Pensamento Funcional); a modelação como um domínio para a expressão e a formalização das generalizações; e a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos do cálculo e das relações (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Defendem esses autores o pensamento algébrico como o modo de compreender as estruturas matemáticas e concluem que compreender estas estruturas a partir da metodologia de resolução de problemas é mais importante, num primeiro momento, que a aquisição de capacidade para compreender conteúdos específicos. Veem, portanto, a importância do papel do professor nesse processo, uma vez que ele é o intermediário da compreensão processual da matemática e da álgebra. Entendem, ainda, a necessidade de uma formação equilibrada para o aluno, a qual consiga unir conhecimentos processuais e conteúdos universais do conhecimento matemático.

Partindo destas perspectivas, podemos adotar um método de mediação da construção de conhecimento que não dê enfoque único nem ao conteúdo necessário para a aprendizagem da matemática nem aos processos de construção de significado incontornáveis para o aluno. Abandonando o formalismo, desenvolvendo o pensamento algébrico a partir de uma construção continuada de significados junto ao aluno desde os anos iniciais, é possível superar as dificuldades iniciais de aprendizagem.

2.5.3 A Resolução de problemas e a estratégia grupal

Para Cavalcantti (2001), a proposta da resolução de problemas coletivamente, em grupos definidos, cria a oportunidade para a participação de todos no processo de resolução de problemas e de construção do conhecimento, e ressalta que a valorização das estratégias utilizadas inibe atitudes inadequadas em relação à resolução de problemas, como, por exemplo, abandonar rapidamente um problema quando a técnica envolvida não é identificada, esperar que alguém o resolva, ficar perguntando qual é a operação que resolve a situação, ou acreditar que não vale a pena pensar mais demoradamente para resolver um problema (p. 126).

Mesmo alunos mais tímidos, que não gostam de falar ou se expor para a turma, quando estão com seus pares em pequenos grupos, desenvolvem seu raciocínio e técnicas utilizadas para resolver problemas. O professor, neste processo, tem a incumbência de circular na sala de aula para escutar e entender o que os alunos falam entre si e avaliar as discussões.

Cavalcantti (2001) manifesta ainda que, quando os alunos têm a possibilidade de utilizar o desenho "como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução" (p. 127), eles podem fornecer ao professor pistas de como solucionaram o referido problema.

> Para dinamizar ainda mais o processo de aprendizagem na resolução de problemas utilizando o desenho, a autora propõe três etapas para a utilização desse recurso: i) representação de aspectos da situação; ii) resolução da situação completa do problema, apenas por meio do desenho, em que os alunos exploram o significado das transformações e das operações presentes no texto; e iii) a mescla de desenhos e sinais matemáticos, sugerindo a utilização do desenho para interpretação do texto e expressão da resolução por meio da escrita matemática e a resolução numérica e utilização do desenho para comprovar se a resposta está correta (CAVALCANTTI, 2001, p. 128-129).

Dessa forma, as estratégias de trabalho em pequenos grupos utilizando as três etapas indicadas por Cavalcantti (2001) sugerem o desenvolvimento de atividades cooperativas entre os alunos em que esses têm a oportunidade de discutir, refletir, questionar e revisar respostas, tirando dúvidas e buscando soluções. Esse processo os leva a vivenciar um movimento de trabalho coletivo em que o aluno se sente não só protagonista, mas também pertencente ao grupo. Para se sentir pertencente ao grupo, é necessário que esse processo se dê no espaço escolar por meio das atividades grupais que podem ser exploradas na resolução de problemas matemáticos.

Pichon-Rivièri (2009) define grupo como sendo um conjunto de pessoas unidas ao mesmo tempo e num mesmo lugar em prol de um mesmo motivo, o processo grupal se caracteriza por uma dialética na medida em que é permeado por contradições, e sua tarefa é analisar essas contradições. Na interação, o grupo adquire sua dimensão social e vínculos afetivos e racionais são criados. Portanto, o trabalho grupal tem um duplo caráter: de trabalho interno, compreendido na formação de coesão do grupo, e de trabalho externo, que remete ao objetivo pré-definido para a formação do grupo. O trabalho em grupo, assim, promove uma formação integral dos indivíduos que compreendem, ao mesmo tempo, sua busca individual e cooperativa de um fim e a necessidade da cooperação para esta busca.

Para Zabala (1998), a formação de grupos é um fator social. A escola surgiu da necessidade de um ensino geral de conceitos, princípios e procedimentos necessários para a vida social de aprendizagem coletiva.

Apesar das diferentes formas de trabalho em grupo, a aprendizagem individual ainda é um fim buscado pela educação, ou seja, o desempenho do aluno é valorizado individualmente. Neste sentido, o autor considera que o professor deve, no trabalho em grupo, incentivar a percepção de que, apesar do caráter cooperativo da tarefa, todos os alunos são responsáveis por seu desempenho e pelo interesse na conclusão da tarefa, na solução dos problemas, também individualmente.

O autor ainda infere que a forma de agrupar os alunos não é uma decisão técnica prévia ou independente do que queremos ensinar e do aluno que queremos formar, mas compreender que, assim como se aprende a nadar nadando, se aprende a participar, a gestionar, debater, comprometer-se, responsabilizar-se, quando há possibilidade de fazê-lo.

> É evidente que algumas formas de agrupar os alunos oferecem mais oportunidades do que outras para realizar estas aprendizagens. Portanto, é necessário potencializá-las se não queremos que nosso discurso teórico e nossa prática pedagógica pertençam a universos diferentes (ZABALA, 1998, p. 176).

O desenvolvimento teórico e prático no estudo da cooperação na aprendizagem apresentado em Slavin (2014) pode nos auxiliar a compreender como o potencial para a aprendizagem é desencadeado dentro da sala de aula. Slavin (2014, p. 7) define quatro perspectivas teóricas principais dentro dos processos de aprendizagem cooperativos: *motivacionais*; *coesão social*; *desenvolvimentistas*; *elaboração cognitiva*. Focaremos nas perspectivas motivacionais, contudo, retomaremos a perspectiva da coesão social na medida em que ela se aproxima das perspectivas motivacionais.

Conforme Slavin (2014), as perspectivas motivacionais compreendem que a motivação para que uma tarefa seja completada é a questão central do processo de aprendizagem conjunta. Os indivíduos envolvidos no grupo criam estruturas de recompensa ou de objetivos a serem atendidos que servem para incentivar a aprendizagem conjunta. Slavin (2014, p. 14) alerta que considera apenas com um resultado positivo geral os integrantes do grupo poderem atingir um resultado positivo individual. O esforço máximo é uma decorrência da pressão exercida por estas estruturas acima referidas sobre cada um dos indivíduos. Esta perspectiva, na prática, vai contra o ensino tradicional, no qual a competitividade cria seu oposto, a falta de interesse nas tarefas (SLAVIN, 2014, p. 7-8).

Como vimos em Vygotsky (2018), a aprendizagem tem uma dimensão social. A metodologia de resolução de problemas é uma metodologia ativa que pode promover uma prática social e interacional que permita o protagonismo do aluno dentro da escola para que ele possa agir de modo autônomo fora dela. Considerando a perspectiva do autor, podemos afirmar que a autonomia na construção do conhecimento é sempre uma busca conjunta e que a perspectiva de aprendizagem cooperativa pode auxiliar a aplicação da metodologia de resolução de problemas.

2.6 SUPERANDO O ENSINO TRADICIONAL VIGENTE

Conforme Cabral e Baldino (2010, p. 623-630), no ensino tradicional vigente (ETV), o processo de ensino é visto de forma diretamente inversa ao que indicam as metodologias ativas. O professor, no ETV, é o protagonista, e o método expositivo garante ser a sua palavra a única fonte de conhecimento; o protagonismo do aluno, sua capacidade de construir o próprio conhecimento e sua criatividade são negados. A avaliação do aluno, no ETV, refere-se apenas à avaliação de sua capacidade de reproduzir corretamente aquilo que o professor explicou. O dualismo cartesiano e a fragmentação do conhecimento, hoje, não mais servem aos propósitos do processo de ensino e aprendizagem. Em seu lugar, deve ser desenvolvido um ensino que esteja de acordo com a experiência, com a prática social do aluno, e que seja totalizante, que não seja imposto e ressone com o aluno. Apenas assim a aprendizagem verdadeira e as competências necessárias para a sua construção ao longo dos anos são desenvolvidas (COSTA; BEHRENS, 2009, p. 762-763).

Conforme Costa e Behrens (2009, p. 764), no ensino tradicional vigente, o aluno é visto de forma passiva, como receptáculo, enquanto a aula expositiva se torna a “fonte de conhecimento” para o aluno. O aluno é avaliado a curto e longo prazo por exercícios e provas, sem que se saia do mecanicismo da exposição e comprovação de assimilação. O próprio processo de ensino e aprendizagem não é visto para além do âmbito escolar, mas sim como a finalidade única da escola.

Costa e Behrens (2009, p. 767-769) afirmam que o escolanovismo foi a primeira reação contra os pressupostos do ETV na década de 1930. A educação, para os adeptos dessa corrente, tornava-se uma atividade centrada no sujeito. Em contrapartida, o tecnicismo surgiu para desligar o professor de sua conexão com o aluno, colocando-o em local exclusivo de planejador. Assim, foi retomada a visão tradicional do aluno passivo e a educação passou a ter um sentido de treinamento para funções específicas e não de uso criativo do conhecimento. O

Paradigma da Complexidade busca superar de vez esses pressupostos, propondo a formação de um aluno ativo, tomando uma perspectiva holística, “pautada na razão, sensação, sentimento e intuição, buscando a integração total do ser humano com o universo, pela transcendência e corresponsabilidade de seus atos sobre o mundo”, progressista e considerando o ensino como um processo de pesquisa, o aluno como um ser de práxis (COSTA; BEHRENS, 2009, p. 767-769).

Conforme argumentam Costa e Behrens (2009, p. 769-771), o ensino, assim conduzido, busca emancipar o aluno ao invés de forçá-lo à submissão e reprodução; firmar interações democráticas entre alunos e entre aluno e professor; e instigar a discussão e o questionamento, a avaliação contínua do conhecimento por meio do reconhecimento deste como processo interativo, intersocial e complexo. Assim, estimula-se a criatividade e desafia-se o aluno a desenvolver-se de acordo com o próprio processo, do qual ele toma consciência. Tal consciência só é possível pela construção de um processo aliado à prática social e com o objetivo de que seja elevada a prática social do aluno em todos os níveis (COSTA; BEHRENS, 2009, p. 769-771).

A Assimilação Solidária (AS) proposta por Cabral e Baldino (2010, p. 630-631) é uma proposta que busca transformar o discurso do aluno em condição central de sua aprendizagem. O discurso do professor, que o antecede, não surgirá novamente como o centro das atenções, mas, antes, o aluno terá de descobrir junto ao professor por que caminho percorrerá até a resposta que busca, sem obter respostas prontas, mas sendo incentivado a considerar seus erros e acertos. Os alunos são colocados em grupos de quatro e são levados a considerarem o problema proposto, sendo conduzidos a avaliarem suas trajetórias após o tempo de resolução. Assim, ficam em aberto a aprendizagem e o erro, com ambos os termos dando oportunidade ao desenvolvimento posterior.

O aluno, dentro das metodologias ativas, é considerado um ser complexo e capaz de se desenvolver em todos os âmbitos da vida social mediante o processo de ensino e aprendizagem. Este processo é integrado aos demais âmbitos da vida social. Aplicando uma educação centrada no discurso do aluno e não do professor, no incentivo ao reconhecimento e conhecimento consciente dos erros e do próprio processo de ensino e aprendizagem, a metodologia de resolução de problemas poderá ser mais bem aplicada. De fato, como colocam Costa e Behrens (2009, p. 762-769), o ETV não está de acordo com o nosso tempo, uma vez que seus pressupostos colocam-se contra o processo de aprendizagem necessário para a formação que é hoje requerida, formação para a vida, e não como fim em si mesmo ou para a reprodução técnica de conhecimentos desconexos. Após leituras e estudos sobre as metodologias ativas e atuais, a pesquisadora construiu uma proposta de produto educacional, visando fugir do ETV muito presente ainda nos dias atuais. Proposta esta que pode ser conhecida na sequência do trabalho.

3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Nesta dissertação, adotamos a metodologia de pesquisa exploratória, aplicando a pesquisa bibliográfica como procedimento técnico. Segundo Gil (2002, p. 44), a pesquisa bibliográfica “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. Concebendo esta pesquisa com o objetivo exploratório, isto é, conforme Gil (2002, p. 41), buscamos apresentar e compreender a necessidade de ir além dos muros da escola na educação matemática e, especificamente, na aprendizagem de álgebra. Entre nossas fontes bibliográficas, estão livros, artigos em revistas científicas e artigos de leitura corrente. Trata-se de obras de divulgação que “objetivam proporcionar conhecimentos científicos ou técnicos” (GIL, 2002, p. 44).

A partir de referências teóricas, buscamos apresentar o estado da arte no que concerne à aprendizagem de álgebra por meio de metodologias ativas, particularmente nos detivemos sobre a metodologia da resolução de problema. Nosso objetivo foi o desenvolvimento de um produto educacional, as fichas de trabalho, resultante do estudo de trabalhos e das ideias dos autores citados nas referências bibliográficas.

Nosso foco sobre o estado da arte em resolução de problemas dirigiu-se para a discussão em torno das metodologias ativas, da resolução de problemas propriamente dita, e das concepções de Vygotsky sobre o aspecto social presente no processo de ensino e no processo de aprendizagem. Posteriormente, citando fontes, iniciamos o estudo comparativo sobre o produto educacional embasado na resolução de problemas. Em nosso estudo comparativo, utilizamos os trabalhos de Hilário *et al.* (2021), Viana e Rodrigues (2021), Almeida e Santos (2018), Gomes, Santos e Almeida (2017), e Moraes, Fantinel e Silva (2004).

Lima e Mioto (2017, p. 39-42) inspiram a apresentação da dissertação nesse ponto da metodologia de pesquisa por meio dos momentos significativos de sua estruturação. O momento da elaboração do projeto com a definição da pergunta diretriz de pesquisa: “Como utilizar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula para que o aluno possa construir um conhecimento significativo e que vá além dos muros da sala de aula?”. Passamos ao momento de levantamento bibliográfico e das informações contidas no material bibliográfico sobre os assuntos elegidos para a pesquisa: metodologias ativas, resolução de problemas, aprendizagem significativa, trabalho cooperativo em grupo e pensamento algébrico. Escolhemos artigos, dissertações, teses e livros pertinentes aos itens que cercam nosso objeto de estudo, as dificuldades dos alunos para aprender álgebra. Passamos ao momento de elaborar um produto educacional de acordo com ideias que apresentamos e posições que assumimos.

Na sequência, em razão da pandemia impossibilitando a aplicação do produto educacional em sala de aula, elaboramos um estudo comparativo dos produtos educacionais disponíveis que fazem referência à metodologia de resolução de problemas.

Considerando o aperfeiçoamento profissional da professora-pesquisadora e a condução do projeto de pesquisa que culmina nesse texto, destacamos a importância das discussões feitas semanalmente, sempre em grupo colaborativo e cooperativo, em três momentos: i) a Supervisão de Dissertação, ii) o Seminário que constitui o Mestrado do PPGSTEM, e iii) o Grupo de Pesquisa-ação Remoto (GPA-R). Nestes âmbitos, mediante debates, questionamentos e dúvidas, desenvolvemos a reflexão sobre os assuntos pertinentes ao exercício da docência. Em outras palavras, contamos com a orientação de profissionais com longa vivência na academia e com a ajuda dos nossos colegas de mestrado.

4 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA: CONJUNTO DE FICHAS DE TRABALHO

A dissertação é composta por um estudo acerca do estado da arte sobre metodologias ativas, particularmente, abordou-se a metodologia da resolução de problemas. O principal elemento da dissertação é a proposta de um produto educacional, um conjunto de fichas de trabalho visando ao desenvolvimento do pensamento algébrico como objetivo final dos estudos. Neste capítulo, apresentamos o produto educacional em seus pormenores e um estudo comparativo desse em relação a outros produtos relacionados à resolução de problemas. Antes, acreditamos ser necessário retomar algumas ideias sobre o ensino de álgebra à luz da resolução de problemas como proposta por Onuchic (2007).

4.1 ENSINO DE ÁLGEBRA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Zuffi e Onuchic (2007, p. 80) destacam que a metodologia de resolução de problemas está em discussão no Brasil desde os fins do século XX, com as teorias de George Polya ganhando destaque. Na mesma época, a resolução de problemas passou a ser o norte das pesquisas em educação matemática (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 81). O GTERP (Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas), sob a coordenação de Onuchic, segundo as autoras, no Brasil:

> tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, investigações e produção científica nesta linha e adota a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da resolução de problemas para todos os níveis de escolaridade (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 82).

Zuffi e Onuchic (2007, p. 83) destacam que o trabalho com a metodologia de resolução de problemas deve, desde o início, levar o aluno a compreender a necessidade de elevar seu pensamento às novas necessidades. Isto é, a metodologia deve ajudar o aluno a desenvolver “novos conceitos e processos” e também “associar outros periféricos, que venham a se conectar numa rede de significados” (MACHADO, 1996, 117-176 *apud* ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 83). Para Zuffi e Onuchic, os problemas devem apresentar uma dimensão particular interconectada à dimensão universal. Portanto, devem proporcionar uma compreensão profunda do pensamento matemático em geral e não serem um fim em si mesmos (ONUCHIC, 1999, p. 199-218 *apud* ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 83).

Onuchic (1999 *apud* ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 83) define como problema "qualquer situação que estimule o aluno a pensar, que possa interessá-lo, que lhe seja desafiadora e não trivial", destacando a importância de que haja alguma identidade entre o problema apresentado e a realidade do aluno. Sobre o processo de aprendizagem a partir da resolução de problemas, Zuffi e Onuchic (2007, p. 83) ressaltam que é necessário estimular a capacidade de compreensão de dados, de tomada de decisões, de estabelecimento de relações, de comunicação e utilização de técnicas. Consideram, ainda, as autoras que, após a efetivação da resolução do problema, devem ser trabalhados "a formalização, o simbolismo e as técnicas precisas" (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 83), cuidando-se para não direcionar o aluno, mas estimular seu pensamento autônomo.

O artigo de Sousa e Proença (2019) aborda o ensino de equações de primeiro grau por intermédio da metodologia de resolução de problemas. Os autores começam por destacar a dificuldade dos alunos em utilizar letras nas atividades de álgebra (SOUSA; PROENÇA, 2019, p. 432). Apoiando-se nos estudos de Pimentel (2010, p. 64) e Gil e Felicetti (2016), Sousa e Proença (2019, p. 432); verificam que existe grande dificuldade na articulação dos símbolos algébricos e na atribuição de sentido a eles. Há também dificuldade na identificação de regularidades existentes em sequências, o que tem como consequência a dificuldade em se expressar, "por meio da linguagem algébrica", essas mesmas regularidades, como colocam os autores (GIL; FELICETTI, 2019, p. 432).

Sousa e Proença (2019, p. 433) afirmam, em acordo com Schroeder e Lester (1989) e Proença (2018), que o problema deve ser tratado "como ponto de partida para introduzir um conteúdo, o que corresponde a um 'ensino via resolução de problemas'", buscando desenvolver esta perspectiva por meio de sua proposta e prática de ensino. Tal pesquisa, portanto, é de grande valor para nossa dissertação e produto educacional.

Adotando a perspectiva de Pozo e Angón (2018), Sousa e Proença (2019, p. 433) propõem como pano de fundo à sua pesquisa que um problema é definido pela distância entre o conhecimento já obtido e o conhecimento necessário para sua resolução, bem como, pela aceitação do aluno da necessidade de resolver o problema. Os autores, embasados em Pozo e Angón (2018), afirmam que:

> aceitação do aluno depende também de como o professor conduz a atividade e a aula. Nesse sentido, a variação das aulas juntamente com a quebra do hábito de aulas repetitivas faz com que os alunos problematizem a atividade, obrigando-os a aplicarem seus conhecimentos conceituais e procedimentais, levando-os a planejar e tomarem decisões de frente ao problema (SOUSA; PROENÇA, 2019, p. 433).

Pozo e Angón (2018), citados por Sousa e Proença (2019, p. 434), defendem que os professores, na aplicação da metodologia de resolução de problemas, devem, para superar as dificuldades criadas pelas aulas repetitivas e pelos exercícios repetitivos:

> Sugerir atividades que tenham várias soluções possíveis, variar os contextos no qual faz com que o aluno observe a aplicação da mesma estratégia em diferentes momentos na sua educação, e apresentar atividades dentro de cenários cotidianos procurando que o aluno estabeleça conexões entre os tipos de situações (SOUSA; PROENÇA, 2019, p. 434).

Adotando a perspectiva de Brito (2006), descrita por Proença (2018), Sousa e Proença (2019, p. 434-435) convencionam que as quatro etapas da resolução de problemas são a representação, o planejamento, a execução e o monitoramento. Resumidamente, segundo Proença (2018 *apud* SOUSA; PROENÇA, 2019, p. 434-435), essas etapas envolvem: i) a construção representativa mental do problema, formulando-se uma compreensão inicial, a qual deve ser seguida pelo reconhecimento da essência do problema e de sua natureza matemática; ii) a proposta de “uma estratégia de solução”, a qual envolve a “tradução da língua materna para a língua matemática”, a generalização e abreviação do raciocínio matemático; iii) a execução da estratégia desenvolvida por intermédio do uso do pensamento lógico para estabelecer relações de quantidade e relações espaciais; e iv) a verificação da resposta, podendo ocorrer o monitoramento também na verificação de erros no caminho até a resposta final.

Sousa e Proença (2019, p. 435), citando a sequência de ensino elaborada por Proença (2018), convencionam como pressuposto de seu trabalho que é preciso seguir as cinco ações de ensino: i) a *escolha do problema*, que consiste na escolha de uma situação matemática que retome conhecimentos prévios, que seja generalizável e favoreça a construção do conhecimento matemático e que aponte para um novo conhecimento a ser construído; ii) a *introdução do problema*, que consiste na divisão dos alunos em grupos e apresentação do problema; iii) o *auxílio aos alunos durante a resolução do problema*, a qual consiste no incentivo à discussão e resolução das dificuldades e dúvidas dos alunos, com vistas a desenvolver a autonomia dos alunos; iv) a *discussão das estratégias dos alunos*, na qual cada grupo é convidado a compartilhar com todos suas ideias, estabelecendo-se redes de significado entre os conhecimentos utilizados pelos diversos grupos; v) a *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, a qual consiste no estabelecimento da conexão, mediada pelo professor, entre o problema e o novo conteúdo a ser apreendido.

Sousa e Proença (2019, p. 437) aplicaram sua proposta de ensino de álgebra, em específico de equações de primeiro grau com uma incógnita, em “uma turma de 35 alunos do sétimo ano do ensino fundamental de escola pública de cidade do interior do Estado do Paraná, sendo que 34 participaram da pesquisa”. Os autores, como destacam Sousa e Proença (2019, p. 438), tiveram como norte uma sequência didática embasada nos pressupostos supracitados, as cinco ações. Os autores propuseram aos alunos duas situações-problema, uma do tipo partilha e outra do tipo transformação, tendo sido entregues os dois problemas um após o outro. Primeiro, foi incentivada a resolução por meios espontâneos e o debate de ideias; depois, incentivou-se a discussão e busca de possibilidades de resolução dos problemas; após esse momento, as estratégias utilizadas foram discutidas por intermédio da apresentação dessas na lousa; por fim, por meio da atenção às estratégias utilizadas, foi feita a articulação entre as resoluções do problema e a estrutura de uma equação de 1º grau, destacando-se as estratégias mais próximas desta estrutura (SOUSA; PROENÇA, 2019, p. 438-439).

Ao fim da aplicação de sua proposta, Sousa e Proença (2019, p. 448) concluíram que as duas estratégias mais utilizadas pelos alunos para resolver os problemas algébricos foram o método de tabela e a tentativa e erro. Os autores também verificaram que houve dificuldade na etapa de planejamento por parte dos alunos, mas que a divisão da sala em grupos permitiu a ajuda mútua entre os alunos. Houve, ainda, dificuldade, segundo os autores, na apreensão do sinal de igualdade (SOUSA; PROENÇA, p. 449). Quanto à atitude dos alunos, verificou-se desinteresse quanto aos problemas propostos. Contudo, verificou-se também que os alunos conseguiram, na etapa final das cinco ações, compreender onde estavam seus erros e a estrutura da equação de 1º grau (SOUSA; PROENÇA, p. 449-450).

4.2 NOSSO PRODUTO EDUCACIONAL: AS FICHAS DE TRABALHO

A seguir, apresentaremos, no Apêndice A, as fichas de trabalho que são propostas de atividades, considerando alunos de 7º ano do ensino fundamental. Os temas escolhidos foram: introdução às expressões algébricas e introdução às equações do 1º grau, e maneiras de solucionar essas expressões e equações com o uso da metodologia da resolução de problemas. Os recursos materiais propostos para a aplicação deste produto educacional seriam: atividades impressas, dicionário, jogos, balança em MDF e caderno escolar. Os problemas propostos retomarão contextos cotidianos, dentre os quais o trabalho que alunos poderiam presenciar na comunidade e em suas famílias, e possíveis dificuldades de uma comunidade pobre com a coleta de lixo e a alimentação. Esperar-se-ia da aplicação destas fichas de trabalho que os alunos refletissem em grupo sobre as questões propostas para, assim, conceberem soluções individuais e grupais para todos problemas.

4.2.1 Objetivo geral das fichas de trabalho

As fichas apresentadas têm como objetivo propor a construção de um conhecimento significativo por meio da metodologia de resolução de problemas e a promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Elas são fruto da aplicação de nossos estudos aqui delineados a uma proposta educacional. Assim, objetivamos, como fora definido como o fim da metodologia de resolução de problemas por Onuchic (1999 *apud* ZUFFI; ONUCHIC, 2007), Schroeder e Lester (1989) e Proença (2018), citados por Sousa e Proença (2019), construir uma sequência didática que, por meio dos problemas, incentive a construção do pensamento matemático, em específico, do conhecimento da estrutura de equações do 1º grau.

4.2.2 Questões a serem levantadas na aplicação das fichas de trabalho

O professor ou professora, ciente dos pressupostos encontrados sobre a resolução de problemas e sobre eles dissertados na seção referente ao estado da arte, poderá esperar levantar respostas para algumas questões relacionadas à aprendizagem dos alunos de equações do 1º grau. São as seguintes indagações:

a) Como os alunos compreenderão a ideia de variável/incógnita?
b) De que forma os alunos representarão valores desconhecidos?
c) Como os alunos generalizarão alguma situação dada como problema matemático?
d) O que significará para os alunos interpretarem problemas?
e) Como os alunos se integrarão ao trabalho grupal de características colaborativa e cooperativa?
f) Os alunos usam as equações nas situações diversas apresentadas? Como?
g) Quais são os modos de justificar as estratégias utilizadas dos alunos diante de situações-problema?

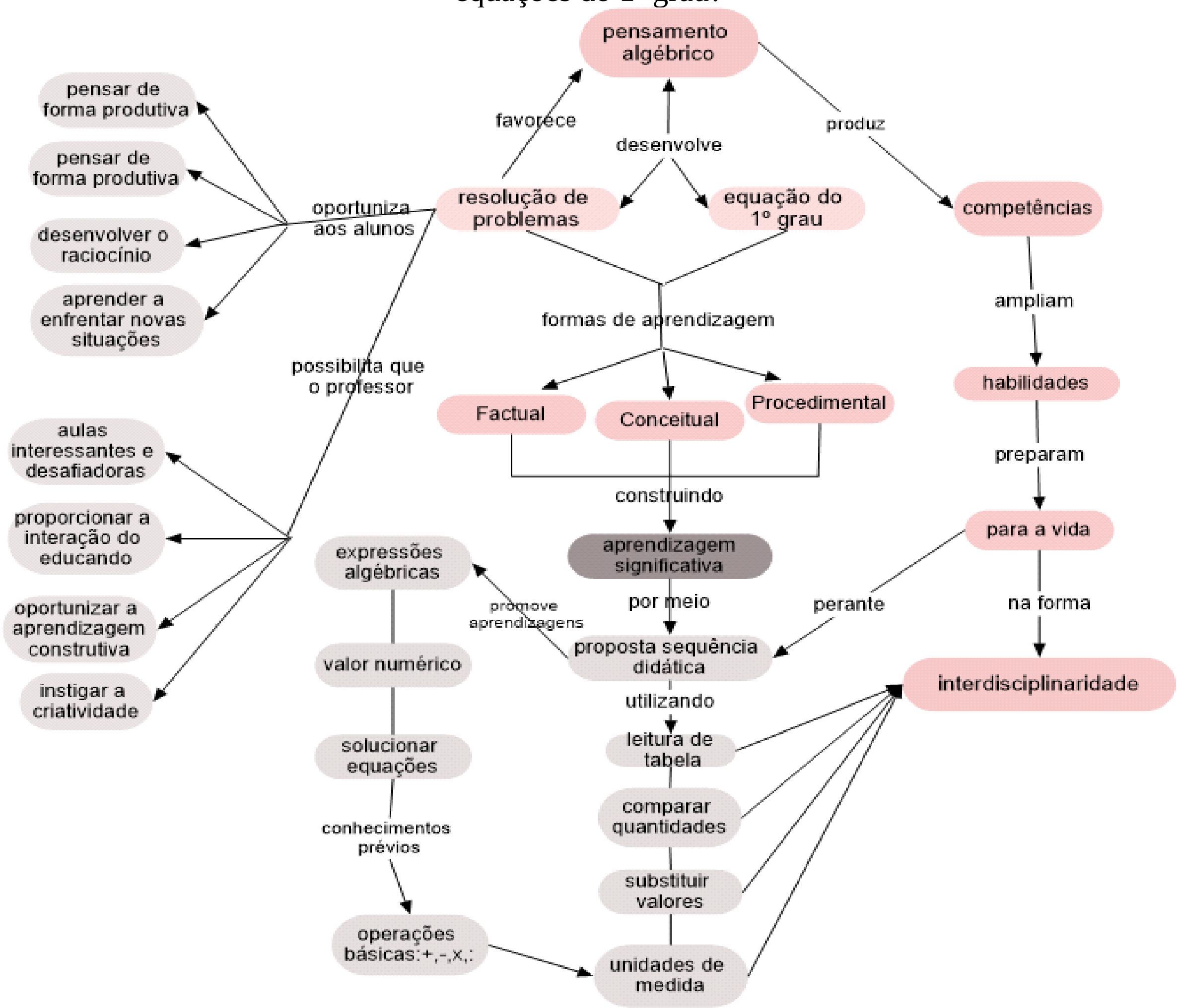
4.2.3 O que esperar quando se trabalha sob a resolução de problemas?

Ao trabalhar com a metodologia de resolução de problemas e equações de 1º grau juntas, destacamos, em acordo com Zabala (1998), que esperamos o desenvolvimento de alguns tipos de aprendizagem:

a) **factual:** Zabala (1998, p. 41) define como aprendizagens fatuais aquelas que remetem apenas a um dado concreto e necessário. No caso desta sequência, a aprendizagem fatual esperada é que o aluno entenda que, para resolver um problema utilizando equação, ele precisa escrever esta equação e que, para escrevê-la, necessita encontrar o termo desconhecido/incógnita e uma igualdade;
b) **conceitual:** A aprendizagem conceitual, como Zabala (1998, p. 42) descreve, é aquela em que o aluno constrói conceitualmente aquilo que é factual, isto, dota o fato de significado e o compreende plenamente. Para a sequência a seguir, espera-se que os alunos compreendam conceitualmente qual a função da incógnita e da igualdade numa equação; que consigam entender o que é uma expressão numérica sabendo diferenciá-la de uma equação; e que consigam seguir etapas para a resolução dos problemas;
c) **procedimental:** A aprendizagem procedimental ocorre a partir dos instrumentos utilizados no processo de construção conceitual do conhecimento e das ações levadas a cabo neste mesmo processo. No caso da sequência a seguir, as aprendizagens procedimentais esperadas são: a escrita das expressões algébricas, o cálculo do valor numérico da igualdade, a resolução de problemas com equações e a descoberta de valores desconhecidos por meio de equações, considerando-se a ideia de equilíbrio e igualdade (ZABALA, 1998, p. 43).

Apresentamos, **na Figura 2**, um mapa conceitual que relaciona as definições sobre a metodologia de resolução de problemas, equação do 1° grau e pensamento algébrico; e o produto desta relação.

Figura 2- Mapa Conceitual: Qual o produto quando se reúnem resolução de problemas e equações do 1º grau?



Fonte: Autora (2021)

4.2.4 Como devem ser aplicadas as fichas de trabalho

As atividades foram elaboradas a partir da apresentação de slides em Power Point da história "Para onde vai o lixo que produzimos?", história fictícia criada pela autora, apresentada no Apêndice A, com a apresentação de uma problematização sobre a produção excessiva de produtos descartados "o lixo que produzimos". No decorrer da apresentação, seria proposto assistir junto aos alunos ao curta-metragem "Ilha das Flores";[1]onde seriam

[1] Ilha das flores é um documentário brasileiro, de 1989, dirigido por Jorge Furtado, de, aproximadamente, 13 minutos. Uma narrativa feita por Paulo José, numa linguagem cientifica, mostrando que grande parte do lixo produzido na capital, Porto Alegre-RS, era levado para a Ilha das Flores. Neste local, há uma criação de porcos, logo que o lixo é descarregado dos caminhões, os funcionários separam a parte que será destinada para a alimentação desses porcos. No decorrer desse processo, pessoas começam a formar filas, para ficarem com o que sobra dos animais para o próprio consumo. Os empregados organizam grupos de dez pessoas que, num tempo estipulado de cinco minutos, podem pegar o que conseguirem do lixo. Acabando o tempo, este grupo é retirado do local, dando lugar ao próximo grupo. Questiona-se, ao longo da apresentação, o que leva o ser humano a ficar com os restos dos porcos.

fomentados debates sobre os temas pertinentes à história e ao documentário com mediação do professor; em seguida, haveria a proposição de problemas para que os alunos buscassem soluções.

As atividades propostas buscam promover de forma independente as competências, sendo assim, não há nenhuma ordem que deva ser rigidamente seguida na aplicação. De outro modo, após o estabelecimento da problemática do lixo, o professor é livre para escolher a sequência de atividades. Com exceção da história a ser apresentada em *Power Point*, “Para onde vai o lixo que produzimos?”, presente no Apêndice A, no primeiro momento de aplicação deste projeto, as demais atividades não possuem ordem específica de aplicação, pois todas trabalham as competências e as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente de forma independente. Todas as atividades foram planejadas para contemplar os diferentes níveis de alunos presentes e podem ser realizadas em grupos de 3 ou 4 integrantes. Cada grupo deve ser orientado a solucionar conjuntamente os problemas discutindo entre si os resultados encontrados até que cheguem a um consenso em seus respectivos grupos. Após a discussão promovida em cada grupo, os alunos devem ser orientados a relatar ao grande grupo (turma) de que forma chegaram ao resultado. De acordo com Pichon-Rivière (2009), um grupo se constitui no instante em que pessoas movidas pelas mesmas necessidades se reúnem para trocar experiências. A promoção de um diálogo no qual os indivíduos possam trocar vivências, exemplos e conhecimentos é não apenas desejável, mas imperiosa para o sucesso de nossa proposta.

Os trabalhos de Lopes (2013) e Giovanni Júnior (2018) foram importantes para a construção das atividades propostas nas fichas de trabalho e orientaram nossas considerações sobre os resultados obtidos após estas serem confrontadas pelos alunos.

4.3 PRODUTOS EDUCACIONAIS E A RELAÇÃO COM A PROPOSTA DAS FICHAS DE TRABALHO DESTA DISSERTAÇÃO

Alguns produtos educacionais produzidos por outros autores relacionados ao tema de nossa pesquisa serão apresentados de forma resumida, com relação tanto à metodologia de resolução de problemas quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. Os produtos educacionais estão listados no quadro abaixo:

Quadro 1 - Produtos educacionais relacionados à dissertação

Autor(es)	**Modalidade**	**Repositório**
Constantino Hilário, Elias Manensa Sabe, Idio Vilar Albano e MarinezMeneghello Passos	Artigo	UFSC
Daniela de Cássia Moraes, Patrícia da Conceição Fantinel, Rute Henrique da Silva	Relato	ULBRA
Carla Fernanda Siqueira Barreto de Freitas dos Santos, Lívia Ladeira Gomes e Ana Mary Fonseca Barreto de Almeida	Artigo	SBEM
Odalea Aparecida Viana e Rodrigo Junior Rodrigues	Artigo	UFSC
Jadilson Ramos de Almeida e Marcelo Câmara dos Santos	Artigo	UNICAMP

Fonte: Autora (2021)

Os autores Hilário *et al.* (2021); Santos, Gomes e Almeida (2017); Moraes, Fantinel e Silva (2004); Viana e Rodrigues (2021); e Almeida e Santos (2018) desenvolveram produtos educacionais que estimulam o pensamento algébrico. A seguir, haverá a apresentação dos produtos ordenados por números Romanos.

I) Hilário *et al.* (2021), autores do artigo "Pensamento algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau", desenvolveram uma pesquisa qualitativa na qual buscam caracterizar o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos por meio de resolução de quatro situações-problema relativas a equações do 1º grau. Na situação-problema 1, a resolução pode ser feita tanto por meio de contagem quanto por meio de linguagem simbólica.

Na situação-problema 2, a solução pode se dar por meio de linguagem simbólica, mas, apontam os autores, a maioria dos alunos resolveu a questão por meio de tentativa e erro, situação que deve ser esperada na aplicação das fichas de trabalho. A situação-problema 3 apresenta um problema na linguagem corrente, o que, em nossas fichas, é feito por meio de imagens, buscando incentivar a solução com o princípio de contagem e/ou linguagem simbólica. Os autores apontam em sua pesquisa que a maioria dos alunos resolve esta questão por contagem. A situação-problema 4 apresenta uma situação em que se espera a solução por meio de linguagem simbólica. A pesquisa apresentada constatou que, mesmo com dificuldades para enfrentar as situações-problemas, os alunos buscaram diferentes estratégias para solucioná-las de forma autônoma. Indicaram, também, que os alunos encontraram dificuldades para "transformar" os problemas apresentados na linguagem corrente em linguagem simbólica.

II) O trabalho apresentado sob o título “Construção do pensamento algébrico no ensino de equações do 1º grau com uma incógnita” (SANTOS; GOMES; ALMEIDA, 2017) é uma proposta de sequência didática apresentada no VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Em síntese, a proposta das atividades objetiva auxiliar na construção do pensamento algébrico e do conhecimento do significado do sinal de igualdade na resolução de equações. Esta é uma proposta que considera uma aprendizagem linear, buscando uma construção do conhecimento gradativa.

Observamos que as autoras desenvolveram junto aos alunos uma proposta ativa por meio da construção e uso de uma balança. No trabalho com a balança, os alunos observaram o equilíbrio e, em seguida, a professora transcreveu as situações criadas pelos alunos com a balança para o quadro, buscando as traduzir para a linguagem simbólica e conceber o sentido da igualdade junto aos alunos por este meio. Em nossa proposta, desenvolvemos uma atividade análoga, na qual cada grupo de três ou quatros alunos recebem uma balança de madeira para poderem explorar e fazer suas próprias anotações, posteriormente explicando seus resultados para a turma. Na sequência da atividade proposta pelas autoras, os alunos recebem imagens de balanças em desequilíbrio e em equilíbrio para ser encontrado o valor desconhecido que colocaria a balança em equilíbrio. Assim, elas buscam estimular que os alunos passem os dados para a linguagem simbólica, verificando os resultados obtidos. Este tipo atividade não está presente em nossas fichas de trabalho (SANTOS; GOMES ALMEIDA, 2017).

Na segunda etapa proposta nesta sequência, as autoras trabalharam, por meio de material concreto, a propriedade distributiva da adição. Este tipo de atividade também não está presente em nossas fichas, visto que a nossa prioridade é desenvolver junto aos alunos a compreensão de expressões algébricas e equações do 1º grau por meio da resolução de situações-problemas. Na etapa seguinte, as autoras passam a estimular a compreensão dos alunos sobre a equação do 1º grau em linguagem corrente, considerando toda aprendizagem construída previamente. Este tipo de atividade é proposto de forma semelhante nas fichas de trabalho apresentadas em nossa dissertação. É apresentada, nas fichas, a proposta da construção de um mapa conceitual e de uma pesquisa sobre equações de 1º grau. Na última etapa descrita, a atividade proposta é um jogo em que os alunos sorteiam equações de 1° grau e precisam resolvê-las. Em nossas fichas de trabalho, há um jogo na forma de dominó, no qual os alunos devem encontrar os pares correspondentes de linguagem corrente e simbólica, e resolver. A pesquisa apresentada pelas autoras constatou que o trabalho com material concreto para solucionar situações-problema despertou o interesse dos alunos, proporcionando aulas interessantes e instigantes (SANTOS; GOMES; ALMEIDA, 2017).

III) Moraes, Fantinel e Silva (2004) apresentaram no artigo sob o título “Um tratamento lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra”, o relato de um minicurso para futuros professores no VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. A proposta das 5 primeiras atividades é construir a generalização por meio de figuras. Esta é uma proposta de atividade presente em nossas fichas de trabalho. A sexta atividade trabalha com a construção de expressões algébricas, o que também é trabalhado em nossas fichas de trabalho. As atividades 7, 8, 10, 11, 12, 13 e 14 trabalham com a resolução de situações-problemas. Nelas, os alunos podem passar da linguagem corrente para a simbólica para encontrar a solução. Este tipo de atividade está presente em nossas fichas de trabalho. Na atividade 9, trabalha-se o significado da igualdade por meio da imagem de uma balança em equilíbrio, o que também fazemos em nossas fichas de trabalho. As atividades 15 a 18 são jogos que envolvem a linguagem simbólica das equações e incentivam seu uso nas resoluções dos problemas. Em nossas fichas, como anteriormente dito, será trabalhado um jogo de dominó, que pode ser considerado uma forma lúdica para a aprendizagem. Os autores aplicaram esta proposta a alunos de licenciatura, como uma proposta de abordagem alternativa para o ensino e a aprendizagem de álgebra por meio de situações-problemas a partir da caracterização do pensamento algébrico.

IV) Viana e Rodrigues (2021), autores do artigo intitulado “Aprendizagem significativa de estratégia para resolução de sistemas de equações”, relatam a aplicação de uma sequência didática que busca analisar a potencialidade significativa do desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de estratégias de resolução de problemas. Os alunos receberam situações-problema em forma de gravuras e deveriam determinar o valor desconhecido dessas. Podiam, em alguns problemas, utilizar estratégias próprias e, em outros, estratégias aritméticas ou de agrupamento. Era estimulada a criação de um sistema para solucionar a situação apresentada. Em nossas fichas de trabalho, não há situações-problema apresentadas somente na forma de figuras.

Após solucionarem as situações apresentadas na forma de imagens, os alunos receberam, de acordo com os autores, situações sem imagens, na linguagem corrente. O professor resolveu o primeiro problema, como exemplo, na lousa, tentando um diálogo sobre os procedimentos adotados. O diálogo versou sobre o uso de incógnitas para a formulação, solução e verificação dos resultados das situações apresentadas. Em nossas fichas de trabalho, o esperado é que os alunos utilizem incógnitas para solucionar as situações. Durante a resolução, a professora estará circulando entre os grupos e conversando com os alunos sobre as estratégias adotadas pelos grupos. Na proposta indicada no artigo, é considerado um desenvolvimento linear de aprendizagem. Assim, a sequência começa pela avaliação dos conhecimentos prévios, nas atividades iniciais com figuras, depois, ainda com as figuras, é estimulada a construção de novas aprendizagens, bem como, na sequência, com problemas na linguagem corrente. Notamos a importância da construção de uma aprendizagem significativa como evidenciada pelos autores como uma de nossas preocupações na construção das fichas de trabalho (VIANA; RODRIGUES, 2021).

V) Almeida e Santos (2018) apresentam o artigo sob o título “Desenvolvimento do pensamento algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha”, em que demonstram um modelo que busca identificar os níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de situações-problema. Os problemas apresentados versam sobre partilha, bastante semelhantes aos apresentados em nossas fichas de trabalho. Alguns podem ser resolvidos com relações aditivas ou multiplicativas e outros podem ser resolvidos transformando a linguagem corrente em linguagem simbólica. Na aplicação feita pelos autores, é relatado que, após a resolução dos problemas, os alunos passavam por uma entrevista para descrever as estratégias adotadas para resolver os problemas. Assim, os autores concluíram as análises e definiram quatro níveis de pensamento algébrico: i) ausência de pensamento algébrico; ii) pensamento algébrico incipiente; iii) pensamento algébrico intermediário; e iv) pensamento algébrico consolidado.

A partir do estudo das propostas feitas pelos autores estudados, observamos que nossas fichas de trabalho estão de acordo com o uso da metodologia de resolução de problemas. De certo ponto de vista, trazem também uma dimensão significativa aos problemas, isto é, estão de acordo com a concepção da experiência de vida trazida pelo aluno.

A sequência didática apresentada nesta dissertação, no Apêndice A, pode ser utilizada por professores de matemática do 7° ano que buscam estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico no educando. Se houver necessidade, deve ser modificada para que contemple as necessidades do educando no qual será utilizada, e manter o princípio de aprendizagem significativa. Ficará disponível no repositório do Educapes e da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, sob licença *Creative Commons*.

As reflexões desenvolvidas no decorrer desta dissertação buscaram responder ao questionamento inicial, “Como utilizar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula para que o aluno possa construir um conhecimento significativo e que vá além dos muros da sala de aula?”, na busca por possíveis respostas a este questionamento, surgiram outros questionamentos. Mas mantivemos o foco principal e algumas das respostas que encontramos estão descritas neste trabalho. Finalizamos com o intuito de que o leitor utilize esta obra como referência e o produto educacional proposto. Aguardamos que, num futuro próximo, possamos aplicar essa proposta de produto educacional e voltar a escrever sobre os resultados encontrados.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nossa pesquisa, consideramos o processo de aprendizagem de acordo com o uso de metodologias ativas. Abordamos a metodologia de resolução de problemas e a construção significativa do conhecimento para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Vimos como autores compreendem que a resolução de problemas é uma atividade constante na vida humana. Os desafios de toda sorte existem e fazem parte do desenvolvimento da criança e do adolescente. Saber enfrentar os desafios os prepara para a vida adulta. Apresentar problemas e incentivar sua resolução de forma criativa, sem respostas prontas, é uma concepção importante para intervir nos processos educacionais. O professor incentivador considera o trajeto do aluno até a apresentação das atividades. Leva em conta a possibilidade de "aumento" de conhecimento de acordo com o caminho que o aluno constrói, principalmente, em grupos de natureza colaborativa e de natureza cooperativa.

A finalidade é colocar o aluno como protagonista no processo de aprendizagem e não como receptor de conteúdos expostos pelo professor. Nas atividades propostas no Apêndice A, se forem aplicadas sob a perspectiva de estratégia grupal, vemos a possibilidade de alunos que desenvolvem sua própria aprendizagem, capazes de por si mesmos criar estratégias e solucionar problemas; por serem atividades criadas após leituras e discussões, tanto no grupo de orientação quanto nos seminários do PPGSTEM-UERGS.

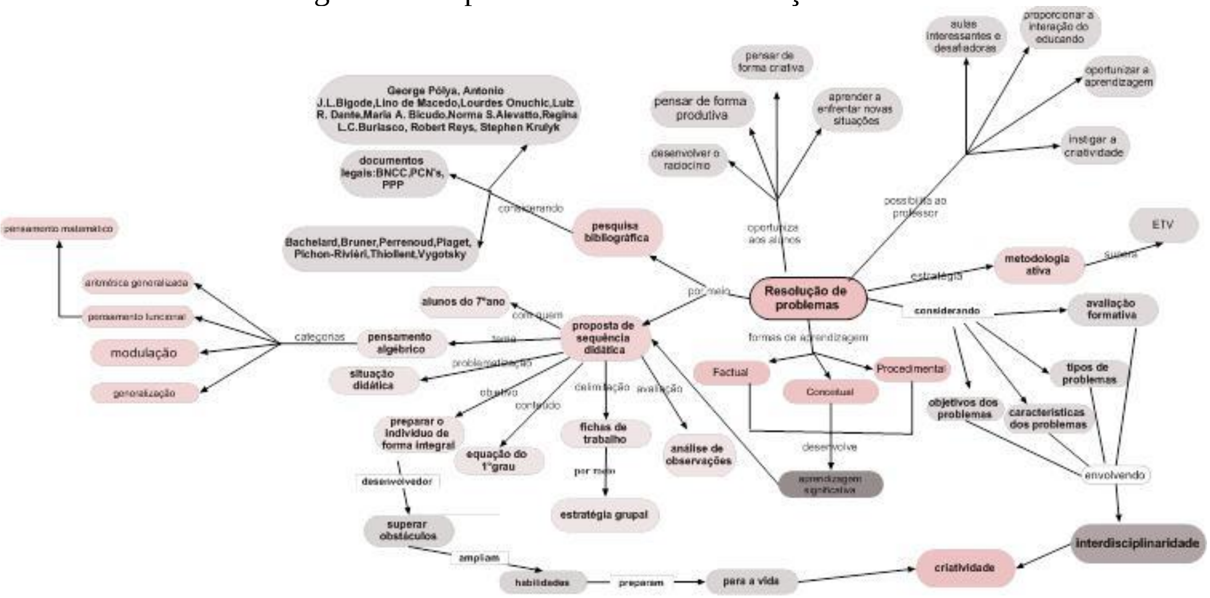
A avaliação do progresso do aluno, no processo assim pensado, é feita de acordo com uma autoavaliação e com a avaliação do professor. No lugar da memorização, devem ser construídas redes de significados em acordo com o desenvolvimento do pensamento algébrico. Assim, é necessário que haja de ambas as partes atitude condizente com a responsabilidade de uma construção ativa e significativa do conhecimento. Esta concepção está de acordo com a compreensão do ensino de Matemática que incentiva a criação e o desenvolvimento espiralado do conhecimento.

Em nossas fichas de trabalho que estão apresentadas no Apêndice A, tivemos a intenção de que as atividades fossem elaboradas de acordo com a concepção da prática social de alunos reais com os quais trabalhamos diariamente. Consideramos a necessidade de contextualização do conhecimento a ser construído, e tentamos criar situações prazerosas que pudessem despertar o interesse e a criatividade dos alunos.

Embasamos nosso produto educacional aqui apresentado nas ideias de autores que discutem o ensino da álgebra, a resolução de problemas e o pensamento algébrico, nomeadamente Lopes (2013) e Giovanni Júnior (2018). Sua aplicação pressupõe o trabalho com a metodologia ativa de resolução de problemas que dirige o trabalho desses dois autores.

Apresentamos, na Figura 3, um mapa conceitual referente a todo trabalho de pesquisa realizado durante a construção dessa dissertação. Por meio dele, é possível perceber o quão rico é o trabalho com a metodologia de resolução de problemas, podendo fazer com que o ensino da matemática seja significativo ao aluno.

Figura 3 - Mapa Conceitual: Considerações finais



Fonte: Autora (2021)

REFERÊNCIAS

AGUIAR, M. As lacunas no ensino de álgebra no ensino fundamental: uma análise a partir da transposição didática. **XII Encontro de Educação Matemática,** São Paulo, SP, p. 1-13, jul. 2016. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6427_4195_ID.pdf. Acesso em: 27 jul. 2021.

ALMEIDA, J. R. de; SANTOS, M. C. dos. Desenvolvimento do pensamento algébrico: proposição de um modelo para os problemas de partilha.**Zetetike**, Campinas, SP, v. 26, n. 3, 2018. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650717. Acesso em: 20 jul. 2021.

ALMEIDA, P. N. de. **Dinâmica lúdica:** jogos pedagógicos para escolas de 1º e 2º graus.4.ed. São Paulo: Loyola, 1984.

ARAUJO, J. C. S. **Fundamentos da metodologia de ensino ativa. UNIUBE/UFU.** 37ª Reunião Nacional da ANPEd – 04 a 08 de outubro de 2015, UFSC – Florianópolis. Disponível em: https://www.anped.org.br/sites/default/files/trabalho-gt02-4216.pdf. Acesso em: 20 dez. 2021.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36,n. 5, p. 412-443, Nov. 2005.

BLASZKO, C. E.; CLARO, A. L. A.; UJIIE, N. T. A Contribuição das Metodologias Ativas para a Prática Pedagógica dos Professores Universitários. **Educação & Formação**, Fortaleza, v. 6, n. 2, p. e3908, maio/ago. 2021.Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/3908/4125. Acesso em: 20 dez. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei nº. 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. LDB. Brasília, DF: MEC, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2020.

BRUNER, J. **A cultura da educação**. Tradução por: Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CABRAL, T.; BALDINO, R. R. Educação matemática conversando com a psicanálise. **Zetetikê,** Campinas, SP, v. 18, número temático, p. 621-652, 2010. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646664/0. Acesso em: 18 jul. 2021.

CARRAHER, T. N. *et al.* A matemática na vida cotidiana: psicologia, matemática e educação. *In:* CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. L. (org.). **Na vida dez, na escola zero.** 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 27.

CAVALCANTTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. *In:* SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001.p. 121.

COSTA, S. S. C. O aprender pela resolução de problemas. *In:* MASINI, E. F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa:** condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimento. São Paulo: Vetor, 2008.p. 194.

COSTA, S. T. G.; BEHRENS, M. A. **Análise da influência dos paradigmas educacionais na prática pedagógica.** IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia. Curitiba, PR, p. 760-773, out. 2009. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3681_2144.pdf. Acesso em: 10 jul. 2021.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. *In:* SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 92.

ESTEVÃO, E. J. O.; GONÇALVES, T. M. N. Uma proposta de atividades para minimizar as dificuldades na aprendizagem de álgebra. **Brazilian Journal of Development,** Curitiba, v. 7, n. 1, p. 10849-10863, Jan. 2021. Disponível em: https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/24515. Acesso em: 27 jul. 2021.

FERREIRA, M.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do pensamento algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 11. n. 25, jul.2018. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3275. Acesso em: 13 nov. 2020.

FERREIRA, M.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké – Revista de Educação Matemática,** Campinas, v. 25. n. 3, set./dez. 2017. Disponível em: https://doi.org./10.20396/zet.v25i3.8648585. Acesso em: 13 nov. 2020.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas "estado da arte" **Educação & Sociedade**, São Paulo, ano XXIII, v. 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/alle/textos/NSAF-AsPesquisasDenominadasEstadodaArte.pdf. Acesso em: 17 jul. 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, R. S. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2011. 181 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/3304/1/2011_tese_rsfreire.pdf. Acesso em: 10 jul. 2021.

FURQUIM, A. S. **Da aritmética à álgebra:** um passo importante nos anos finais do Ensino Fundamental. 2018. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2018. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/152869/furquim_as_me_sjrp.pdf?sequence=5&isAllowed=y. Acesso em: 10 mar. 2021.

GARCIA, E. Pesquisa bibliográfica *versus* revisão bibliográfica – uma discussão necessária. **Revista Línguas & Letras**, [*S. l.*], v. 17, n. 35, p. 291-294, maio 2016. Disponível em: http://e-revista.unioeste.br/index.php/linguaseletras/article/viewFile/13193/10642. Acesso em: 20 jul. 2021.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.**A conquista da matemática.** 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

HAETINGER, M. G.; HAETINGER, D. **Aprendizagem criativa:** educadores motivados para enfrentar os desafios do novo século. Rio de Janeiro: Wal, 2012.

HILÁRIO, C.; SABE, E. M.; ALBANO, I. V.; PASSOS, M. M. Pensamento algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, mar. 2021. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/77155. Acesso em: 20 jul. 2021.

JÓFILI, Z. Piaget, Vygotsky, Freire e a construção do conhecimento na escola. **Educação: Teorias e Práticas**, Recife, ano 2, n. 2, p. 191-208, dez. 2002. Disponível em: http://sis.posugf.com.br/sistema/rota/rotas_1/115/document/mod_001/objetos/piaget_vigotsky_paulo_freire.pdf. Acesso em: 23 fev. 2021.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1993.

KLAUSEN, L. S. **Aprendizagem significativa**: um desafio. UDE Eixo – Cultura, Currículo e Saberes. 2017. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/25702_12706.pdf. Acesso em: 14 jan. 2022.

LA TAILLE, Yves de; OLIVEIRA, Marta Kohl de; DANTAS, Heloysa. 1992. **Piaget, Vygotsky, Wallon** – teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus Editorial, 2019.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katálysis**, [*S. l.*], v. 10, n. spe, p. 37-45, set. 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rk/a/HSF5Ns7dkTNjQVpRyvhc8RR/#ModalArticles. Acesso em: 20 jul. 2021.

LOPES, A. J. **Matemática, 6º ao 9º ano.** São Paulo: Scipione, 2013.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjecturas,** Caxias do Sul, v.14, n.2, p. 89-99, maio/ago. 2009. Disponível em: http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/view/17/16. Acesso em: 15 jan. 2021.

LOVATO, F. L.;MICHELOTTI, A.; SILVA, C.B. da; LORETO, E. L. S. Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. **Acta Scientiae,** Canoas, v. 20, n. 2, p. 154-171, mar./abr. 2018. Disponível em: User/Downloads/Metodologias_Ativas_de_Aprendizagem_uma.pdf. Acesso em: 16 jul. 2021.

MACEDO, L. Situação Problema: forma e recurso de avaliação, desenvolvimento de competências e aprendizagem escolar. *In:* PERRENOUD, P.; THURLER, M. G.; MACEDO, L.; MACHADO, N. J. *et al.* **As competências para ensinar no século XXI:** a formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed, 2000. p. 113.

MARQUES, M. C. P.; PERIN, C. L.; SANTOS, E. Contribuição dos jogos matemáticos na aprendizagem dos alunos da 2ª Fase do 1º Ciclo da Escola Estadual 19 de Maio de Alta Floresta-MT. **Revista Eletrônica da Faculdade de Alta Floresta**, Alta Flores, MT, v. 2, n. 1, 2013.

MASON, J. Making use of children' powers to produce algebraic thinking. *In:* KAPUT,J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (ed.). **Algebra in the early grades.** New York: Lawrence Erlbaum Associates; NCTM, 2007. p. 57-94.

MENDES, I.A. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MORAES, D. C.; FANTINEL, P. C.; SILVA, R. H. **Um tratamento lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, jul. 2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC69298637004.pdf. Acesso em: 20 jul. 2021.

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In:* MORAN, J.; BACICH, L. (org.). **Metodologias ativas para uma aprendizagem inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 1.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa:** a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

ONUCHIC, L. D. L. R. Ensino Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. *In:* BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, [*S. l.*], v. 25, n. 41. p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L.D. L. R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, [*S. l.*], v. 20, n. 1, out. 2013. Disponível em: http://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509. Acesso em: 30 out. 2020.

PEREIRA, C. A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia,** [*S. l.*], v. 8, n. 17, p. 1-15, 2017. Disponível em: https://revistas.utfpr.edu.br/recit/article/view/5047. Acesso em: 27 jul. 2021.

PICHON-RIVIERE, E. **O processo grupal.** 8. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.

PILETTI, C. **Didática geral**. São Paulo: Ática, 1997.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. *In:* VALE, T.; PIMENTEL, A.; BARBOSA, L.; FONSECA, L.*et al.*(org.). **Números e álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5-27.

RIBEIRO, M. **Pensar matematicamente envolvendo diferentes formas de ver e de contar e as conexões com o pensamento algébrico.** Campinas: CIEspMat Pesquisa e Formação.

RODRIGUES, G. S. Análise do uso da metodologia ativa *Problem Based Learning* (*PBL*) na educação profissional. **Outras Palavras**, [*S. l.*], v. 12, n. 2, p. 24-34, 2016. Disponível em: http://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao5/article/view/717/603. Acesso em: 18 dez. 2021.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 6, n. 1, p.299-311, maio 2012. Disponível em: http://www.reveduc.ufscar.br. Acesso em: 10 jan. 2021.

SANTOS, C. F. S. B. F.; GOMES, L. L.; ALMEIDA, A. M. F. B. **Construção do pensamento algébrico no ensino de equações de 1º grau com uma incógnita.** VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, Canoas, out. 2017. Disponível em: http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/7701/3812. Acesso em: 20 jul. 2021.

SIEW, N. M.; GEOFREY, J.; LEE,B. N. **Students’ Algebraic Thinking and Attitudes towards Algebra:** The Effects of Game-Based Learning using Dragonbox 12+ App. Universiti Malaysia Sabah, 2016.Disponível em: http://eprints.ums.edu.my/18597/1/Students.pdf. Acesso em: 30 out. 2020.

SILVA, J. M. P. *et al.* Aprendizagem de álgebra: dificuldades enfrentadas pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Marabá-PA. *In:* CAMPONES, K. C. (org.). **A interlocução dos saberes na formação docente.** Ponta Grossa: Atena Editora, 2019. p. 229.

SLAVIN, R. E. Cooperative learning in elementary schools. **Education 3-13**, [*S. l.*], v. 43, n. 1, p. 5-14, set. 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/271714943_Cooperative_learning_in_elementary_schools. Acesso em: 22 dez. 2021.

SMOLE, K. S. Textos em matemática: por que não?. *In:* SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 29.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. *In:* SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 69.

SOUSA, A. C.; PROENÇA, M. C. Uma proposta de ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente, Confresa**, [*S. l.*], v. 4, n. 2, p. 431-451, jul./dez. 2019. Disponível em: http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/511/210. Acesso em: 25 out. 2019.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Um novo velho desafio: da resolução de problemas à criatividade em matemática. *In:* CANAVARRO, A.;SANTOS, L.;BOAVIDA, A.;OLIVEIRA, H. *et al.* (org.). **Investigação em educação matemática 2012:** práticas de ensino da matemática. Porto Alegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2012. p. 347.

VALENTE, J. A. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. *In:* MORAN, J.; BACICH, L. (org.). **Metodologias ativas para uma aprendizagem inovadora:** uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 26.

VIANA, O. A.; RODRIGUES JÚNIOR, R. Aprendizagem significativa de estratégia para resolução de sistemas de equações. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, mar. 2021. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/75657. Acesso em: 20 jul. 2021.

VIEIRA, A. R. L.; RIOS, P. P. S.; VASCONCELOS, C. A. A linguagem simbólica e a resolução de problemas matemáticos no 8º ano do Ensino Fundamental. **Revista Educação Matemática Pesquisa,** São Paulo, v. 22, n. 1, p. 43-67, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/40954/pdf. Acesso em: 25 out. 2021.

VIGOTSKII, L. S.; ROMANOVICH, A.; LEONTIEV, L. A. N. **Linguagem, desenvolvimento, aprendizagem.** 16. ed. São Paulo: Icone, 2018.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução de: Maria da Pena Villalobos. 16. ed. São Paulo: Ícone, 2018.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução por: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

ZUFFY, E. M.; ONUCHIC, L. L. R. O ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas e os processos cognitivos superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matematica**, [*S. l.*], v. 11, p. 79-97, 2007. Disponível em: http://www.fisem.org/paginas/union/revista.php?id=28indice. Acesso em: 27 out. 2021.

APÊNDICE A – FICHAS DE TRABALHO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO RIO GRANDE DO SUL - UERGS
MESTRADO PROFISSIONAL EM DOCÊNCIA PARA CIÊNCIAS, TECNOLOGIAS, ENGENHARIA E MATEMÁTICA

CÁSSIA ISABEL FROES MUNHOZ

SEQUÊNCIA DIDÁTICA CRIADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

GUAÍBA
2022

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

M966s Munhoz, Cássia Isabel Froes.
Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas / Cássia Isabel Froes Munhoz. - Guaíba, 2022.
19 f.: il.

Produto Educacional (Mestrado) - Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, Curso de Mestrado Profissional em Formação Docente para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática, Unidade Universitária em Guaíba, 2022.

Orientador: Prof.ª Dr.ª Tânia Cristina Baptista Cabral.

1. Sequência didática. 2. Resolução de problemas. 3. Pensamento algébrico. 4. Aprendizagem. I. Cabral, Tânia Cristina Baptista. II. Título.

Daniella Vieira Magnus - Bibliotecária - CRB 10/2233

INTRODUÇÃO

Observando dificuldades pertinentes à aprendizagem dos alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental no que diz respeito aos conteúdos básicos da matéria de álgebra, tornou-se necessário buscar por alguma metodologia que pudesse contribuir para seu desenvolvimento sem prejuízo a sua aprendizagem. Assim, durante o curso de Mestrado Profissional em Docência para Ciências, Tecnologias, Engenharia e Matemática da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul – UERGS- campus Guaíba, mestrado esse, próprio para professores que queiram se atualizar em suas práticas pedagógicas, tratando-se de um curso profissional. Realizei a pesquisa intitulada “Resolução de problemas: derrubando as paredes da sala de aula”. Guiado pelo questionamento: “Como utilizar a metodologia de resolução de problemas na sala de aula para que o aluno possa construir um conhecimento significativo e que vá além dos muros da sala de aula?”

Vendo na metodologia de resolução de problemas, uma metodologia capacitada para construir aprendizagens significativas, que segundo Romanatto (2012, p. 308):

> Na abordagem da resolução de problemas, como uma metodologia de ensino, o estudante tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas. O ensino da resolução de problemas não é mais um processo isolado.

Estas aprendizagens estão embasadas em problemas que retomam conhecimentos prévios do aluno oferecendo ao aluno tempo para pensar em estratégias e espaço para expressar e justificar respostas.

Sendo que, Macedo (2012, p. 115) considera as situações-problemas comoum estímulo ao trabalho grupal, ao pensamento proposicional e à confrontação de tarefas cotidianas. Toda situação-problema suscita a tomada de decisão, cria um risco de erro, apresenta barreiras a serem superadas. Destaca, ainda, que:

> Uma situação-problema supõe considerar algo em uma certa direção ou norte. A direção confere um valor, pois convida a superar obstáculos, fazer progressos em favor do que é julgado melhor em sua dimensão lógica, social, histórica, educacional, profissional, amorosa.

Considerando estes e outros fatores citados na dissertação, construímos a sequência didática a seguir.

Como devem ser aplicadas as fichas de trabalho.

As atividades propostas buscam promover de forma independente as competências, sendo assim, não há nenhuma ordem que deva ser rigidamente seguida na aplicação. De outro modo, após o estabelecimento da problemática do lixo, o professor é livre para escolher a sequência de atividades. Com exceção da história a ser apresentada em *Power Point*, "Para onde vai o lixo que produzimos?", história fictícia criada pela autora, presente neste Apêndice A, no primeiro momento de aplicação deste projeto, as demais atividades não possuem ordem específica de aplicação, pois todas trabalham as competências e as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente de forma independente. No decorrer da história é apresentado aos alunos o curta-metragem "Ilha das Flores";[2] onde seria fomentado debates sobre os temas pertinentes à história e ao documentário com mediação do professor; em seguida há a proposição de problemas para que os alunos buscassem soluções.

Todas as atividades foram planejadas para contemplar os diferentes níveis de alunos presentes e podem ser aplicadas realizadas em grupos de 3 ou 4 integrantes. Cada grupo deve ser orientado a solucionar conjuntamente os problemas discutindo entre si os resultados encontrados até que cheguem a um consenso em seus respectivos grupos. Após a discussão promovida em cada grupo, os alunos devem ser orientados a relatar ao grande grupo (turma) de que forma chegaram ao resultado. De acordo com Pichon-Rivière (2009), um grupo se constitui no instante em que pessoas movidas pelas mesmas necessidades se reúnem para trocar experiências. A promoção de um diálogo no qual os indivíduos possam trocar vivências, exemplos e conhecimentos é não apenas desejável, mas imperiosa para o sucesso de nossa proposta.

Objetivo Geral:

Oportunizar aos educandos uma aprendizagem significativa por meio da metodologia da resolução de problemas, promovendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

---

2 Ilha das flores é um documentário brasileiro, de 1989, dirigido por Jorge Furtado, de, aproximadamente, 13 minutos. Uma narrativa feita por Paulo José, numa linguagem cientifica, mostrando que grande parte do lixo produzido na capital, Porto Alegre- RS, era levado para a Ilha das Flores. Onde há uma criação de porcos, logo que o lixo é descarregado dos caminhões, os funcionários separam a parte que será destinada para a alimentação desses porcos. No decorrer desse processo, pessoas começam a formar filas, para ficarem com o que sobra dos animais, para o próprio consumo. Os empregados organizam grupos de dez pessoas que, num tempo estipulado de cinco minutos, podem pegar o que conseguirem do lixo. Acabando o tempo, este grupo é retirado do local, dando lugar ao próximo grupo. Questiona-se, ao longo da apresentação, o que leva o ser humano a ficar com os restos dos porcos.

a) **O que se espera do aluno após o término de aplicação desta sequência didática;**
b) Que ele compreenda a ideia de variável/incógnita;
c) Saiba representar valores desconhecidos com incógnitas;
d) Saiba generalizar;
e) Consiga interpretar e solucionar problemas;
f) Escreva equações por meio de situações diversas;
g) Resolva equações com e sem o uso de material concreto;
h) Saiba representar situações matemáticas por meio de símbolos.

Aprendizagens esperadas

Factual

a) escrever equações para solucionar problemas.

Conceitual

a) expressões algébricas;
b) equações do primeiro grau.

Procedimental

a) escrever expressões algébricas;
b) calcular o valor numérico, com valores a definir;
c) encontrar valores desconhecidos por meio de equações;
d) resolver problemas por meio de equações.

Conhecimentos prévios

a) operações básicas (adição, subtração, multiplicação, divisão).

Recursos didáticos

a) atividades impressas, dicionário, jogos, balança em MDF, caderno de aula.

Organização da turma

a) os alunos devem estar organizados em grupo de três ou quatro.

Descrição das fichas de trabalho

Considerando que a solução de problemas está presente no cotidiano, onde os alunos enfrentam diariamente situações que precisam ser solucionadas, a escola tem a necessidade de preparar o educando a enfrentar as situações e solucioná-las. Para Carraher, Carraher e Schliemann (2011), as formas de tratamento da matemática na escola e fora dela não são iguais: a matemática escolar é ensinada por uma pessoa capacitada academicamente para transmitir o conteúdo formal; fora desse ambiente, a matemática faz parte do cotidiano do indivíduo. Sendo assim o educador precisa estar preparado para trabalhar com a metodologia da resolução de problemas em sala de aula, trazendo atividades significantes, contextualizadas.

Vejamos as atividades propostas:

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade

Carraher, Carraher e Schliemann (2011, p. 37) consideram a matemática “uma disciplina privilegiada por poder conseguir relacionar a vida escolar à vida de fora deste ambiente”. A vida escolar e extra-escolar não devem estar desconectadas uma da outra, tendo o professor a responsabilidade de incentivar esta percepção que poderá tornar a aula de matemática significativa para o aluno.

Para esta atividade, primeiramente deve ser apresentada a história a seguir em Power Point. Na sequência devem ser discutidos assuntos relevantes, como: a importância da reciclagem e da diminuição da produção de “lixo”. Em seguida deve ser apresentado o problema.

Figura 1 – Primeiro slide

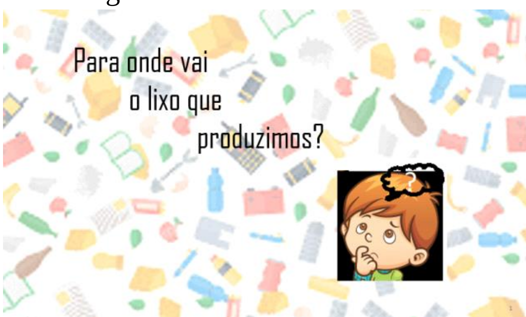


Figura 2 – Segundo slide

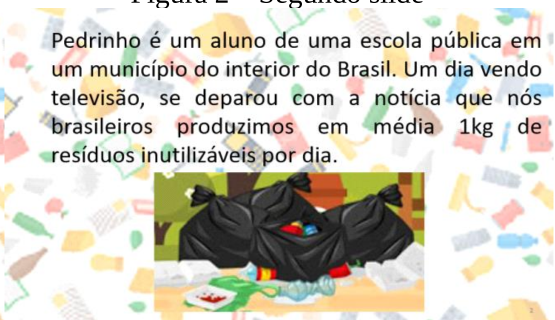


Figura 3 – Terceiro slide

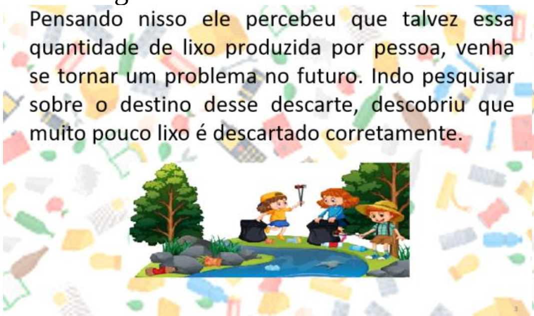


Figura 4 – Quarto slide

Figura 5 – Quinto slide

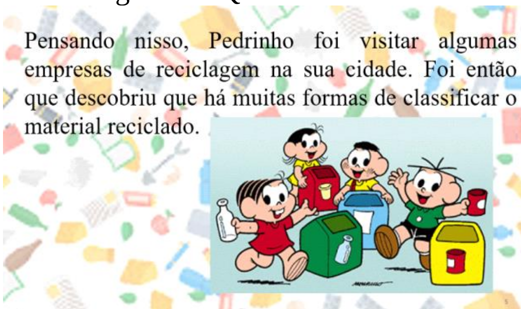


Figura 6 – Sexto slide

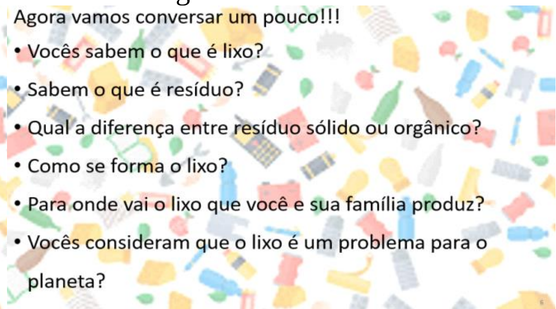


Figura 7 – Sétimo slide

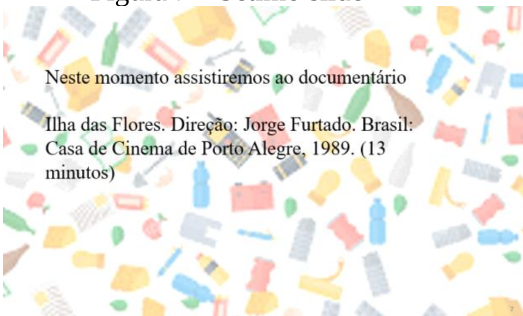


Figura 8 – Oitavo slide

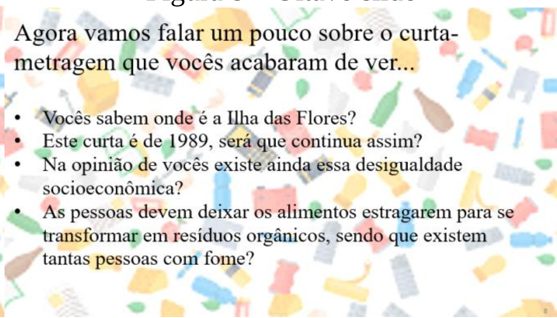


Figura 9 – Nono slide

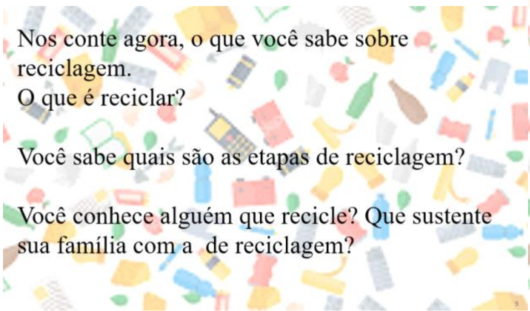
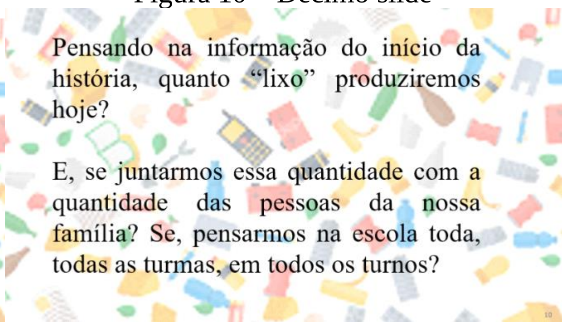


Figura 10 – Décimo slide



Sabendo que um reciclador no final da semana recebeu 360 reais pelas latinhas que juntou, 230 reais pelas garrafas pets, 291 reais pelo papel reciclado e 225 reais pelo fio de cobre coletado, diga:

a) Quanto ele recebeu ao todo?

b) Se o dono da reciclagem paga dois reais pelo quilo de garrafa pet, quantos quilogramas de garrafa pet foram recicladas nessa semana?

c) Se o valor do quilo de cobre é 15 reais, quantos quilos ele juntou?

d) Se ele levou 90 quilos de latinha, quanto o reciclador pagou por quilo?

e) Ele levou 97 quilos de papel, quanto o reciclador pagou por quilo?

f) Na semana seguinte choveu muito e o reciclador conseguiu juntar a sétima parte do que tinha juntado na semana informada. Sabendo disso qual foi o valor que ele recebeu?

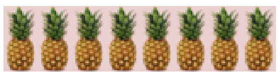
Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Como representar?*

Viana e Rodrigues (2021, p.2-3) afirmam que utilizar estratégias diferenciadas de solucionar problemas contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo que uma das condições para que aconteça uma aprendizagem significativa é a utilização de material potencialmente significativo.Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem algébrica, facilitando a aprendizagem.

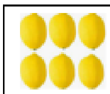
Cada grupo de alunos receberá uma tira de papel com uma situação.

A seguir estão as situações:

 $+ 3 = 35$

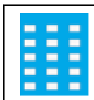
 $+ 12 = 93$

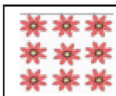
 $+ 6 = 48$

 $+ 4 = 70$

 $+ 11 = 65$

 $+ 4 = 125$

 $+ 5 = 230$

 $+ 6 = 132$

Os grupos deverão representar matematicamente a situação recebida e em seguida apresentar à turma. Ao terminar as apresentações será feita uma conversa, com as seguintes perguntas:

a) Existe algo em comum em todos os grupos?

b) Podemos utilizar alguma forma comum para representar todas as gravuras?

c) Teria como cada grupo calcular o valor de cada objeto apresentado? Se, sim, como?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Conhecimentos gerais*

Vieira, Rios e Vasconcelos (2020, p. 44-46) destacam a importância do uso da linguagem simbólica relacionada à metodologia de resolução de problemas na matemática. Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem formal em linguagem algébrica, favorecendo uma solução satisfatória:

Uma empresa que fabrica pregos tem um custo fixo mensal de R$18000,00 e R$12,00 por embalagem produzida.

a) Que expressão algébrica podemos usar para representar o custo mensal desta fábrica, utilizando para a quantidade de embalagens a incógnita p.

b) Se a fábrica produzir 1500 embalagens de prego num determinado mês, qual será seu custo?

c) Num determinado mês o custo da empresa foi de R$42000,00, quantas embalagens foram produzidas neste mês?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: A vida como ela é*

Esta atividade visa incentivar o uso de diferentes estratégias para que se chegue a uma solução:

A loja Alpha Azul paga a seus funcionários um salário mínimo fixo de R$980,00 e R$0,50 por peça de roupa vendida.

a) Que expressão algébrica representa o salário de cada funcionário por mês?

b) Se o funcionário receber R$1000,00, quantas peças de roupa ele vendeu?

c) Se o funcionário vender 100 peças de roupa, qual será seu salário?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Representando o desconhecido*

Essa atividade, visa permitir a transformação da linguagem formal em linguagem algébrica.

Escreva para cada item a expressão correspondente:

a) o dobro de um número;

b) o quíntuplo de um número;

c) a sexta parte de um número;

d) o triplo de um número somado com sua metade;

e) um número somado a seu sucessor;

f) a diferença entre a quarta parte de um número e seu sêxtuplo;

g) a soma de três números consecutivos.

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Português na Matemática?*

Ribeiro (2021, p.42) diz que devemos oportunizar que os alunos discutam suas aprendizagens, não só em matemática, mas em todas as outras disciplinas. Permitindo-nos a avaliar a ligação entre os objetivos pretendidos e os alcançados. A atividade abaixo visa incentivar a isto:

Procurar o significado de: igualdade, equivalente, incógnita, equação. Após, discutir com os colegas do grupo sobre cada palavra, na sequência a professora fará uma definição coletiva de cada palavra e será construído um mapa conceitual sobre as definições discutidas.

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Balanças em MDF*

Para Santos, Gomes e Almeida (2017) o uso de material concreto faz com que os alunos se sintam atraídos e interessados nas aulas, possibilitando o desenvolvimento do pensamento algébrico de forma satisfatória.

Para que seja desenvolvida a atividade abaixo, cada grupo deverá receber uma balança em MDF e “pesos”, os “pesos” medirão uma unidade. A professora pedirá que façam experimentos nos quais mantenham a balança em equilíbrio.

a) Coloque uma caneta em um dos lados, agora usando os pesos tente equilibrar;

b) Coloque uma borracha no outro lado, o equilíbrio se manteve?

c) E se colocar um peso ou dois, tem como manter o equilíbrio?

d) E se colocarmos o lápis, o que acontece?

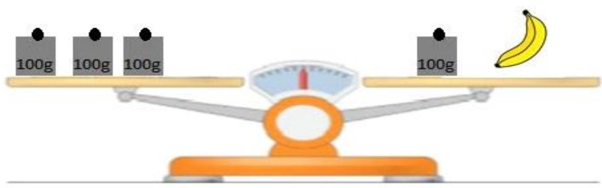
As hipóteses devem ser levantadas utilizando a balança, os pesos e os materiais dos alunos. Todas as possibilidades serão anotadas no caderno dos educandos. Os alunos devem ser incentivados a sempre manter o princípio de formar uma equação com o uso do sinal de igualdade. Após este momento os grupos devem fazer suas próprias suposições e anotações, que no momento seguinte apresentarão aos colegas.

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade: ***Desenvolvendoa percepção de equilíbrio na balança***

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem algébrica, favorecendo a uma possível solução.

Considerando que a balança está em equilíbrio:



a) De que forma você escreveria o que esta sendo representado?

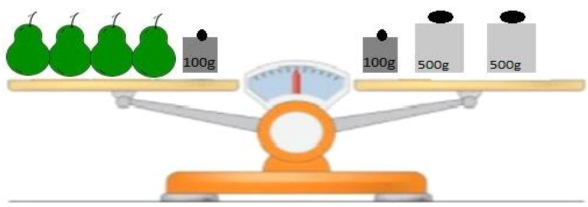
b) É possível saber o “peso” da banana? Se sim, qual?

c) Se retirar 100 gramas de cada lado a balança permanecerá equilibrada? Justifique a resposta.

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade:*Manuseandoa balança*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem algébrica, favorecendo a uma possível solução.



Considere a balança em equilíbrio:

a) Qual o “peso” de todos abacates que estão representados?

b) É possível retirar 600 gramas de cada lado e a balança manter o equilíbrio? Explique:

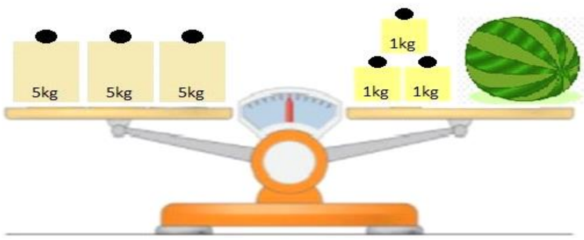
c) Supondo que todos abacates possuem a mesma massa, diga quanto "pesa" 2 abacates?

d) Supondo que os abacates possuem a mesma massa, quanto "pesa" 1 abacate?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade: *Conhecendo o equilíbrio na balança*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem algébrica, favorecendo a uma possível solução.



Considerando a balança em equilíbrio:

a) De que forma pode ser representado o que você esta vendo?

b) É possível encontrar o "peso" da melancia? Como?

c) Qual o "peso" da melancia?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade: *Ida à fruteira*

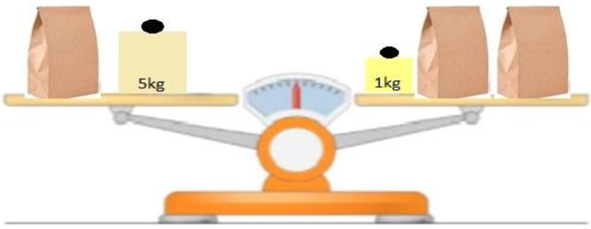
Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Dona Joaquina foi a fruteira e comprou 3 sacos de feijão, para saber a quantidade comprada o feirante colocou o feijão em sacos do mesmo tamanho e os colocou em equilíbrio na balança, conforme a figura abaixo. Considerando a ilustração, responda as seguintes questões:

a) De que outra forma podemos representar esta situação?

b) Existe a possibilidade de saber a quantidade em quilogramas que tem de feijão em cada saco? Se sim, explique:

c) Quanto tem de feijão em cada saco?



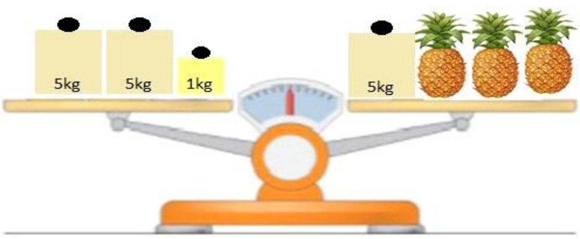
Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Ida à feira*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

No mesmo dia, seu Carlito também foi a feira e acabou comprando abacaxis. O feirante também usou a balança em equilíbrio pra saber o "peso" de cada abacaxi. Observando a ilustração diga:

a) Se é possível encontrar o "peso" de todos os abacaxis:
b) Supondo que todos abacaxis possuem a mesma massa, é possível saber quanto "pesa" cada um?
c) Explique suas respostas anteriores:



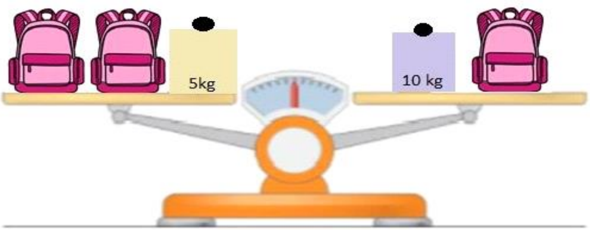
Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Cuidando a postura*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Marina foi ao ortopedista por estar sentindo dores nas costas nos dias que vai à escola. O médico para verificar a quantidade de material escolar carregado diariamente por Marina pediu que levasse sua mochila e a de duas colegas que fossem iguais e tivesse dentro os mesmos materiais. Colocando as mochilas na balança em equilíbrio ele pode saber quantos quilogramas equivaliam cada mochila.

a) Você sabe dizer quantos quilogramas vale cada mochila? Se sim, quantos?
b) Existe alguma outra forma de representar esta situação? Qual?

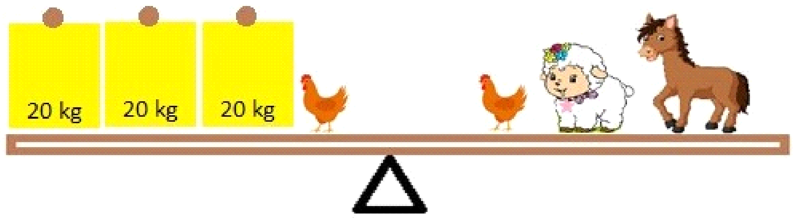


Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Vida no campo*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Na fazenda de Tio Riscado tem um potro, um borrego e duas galinhas. Para saber quanto “pesa” cada animal, ele os equilibrou numa balança gigante, e representou no desenho abaixo. Ele sabe que as galinhas “pesam” a mesma coisa e que o potro é o dobro do “peso” do borrego. Sabendo essas informações, diga quanto “pesa” o potro e o borrego e diga também de que forma matemática podemos representar essa situação.

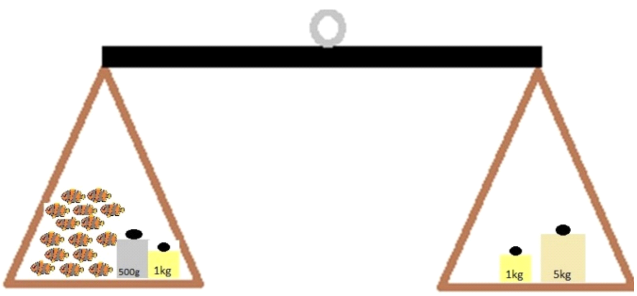


Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Um dia do peixe outro do pescador 1*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Seu Joaquim foi pescar e levou uma balança de mão para a pescaria. No final de duas horas ele verificou o quanto já havia pescado e representou como no desenho abaixo.



Sabendo que a balança esta em equilíbrio diga:

a) Quanto em quilogramas ele pescou?

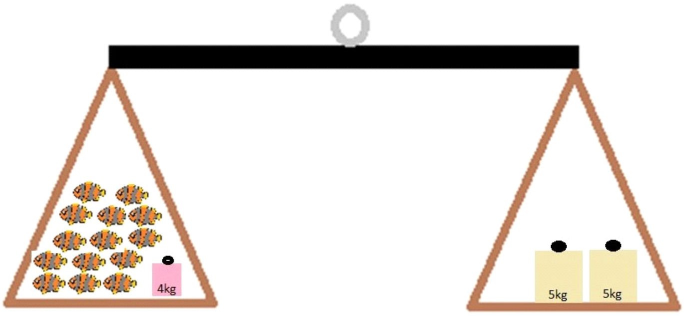
b) Se os peixes possuem o mesmo "peso", quanto pesa cada um?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Um dia do peixe outro do pescador*2

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Seu Manoel na mesma pescaria, pescou o que esta representado na figura abaixo. Observe e responda:



a) Quanto ele pescou?

b) Como pode ser representada matematicamente esta situação?

c) Ele pescou mais ou menos que Joaquim?

d) Qual a diferença de quantidade pescada entre os dois pescadores?

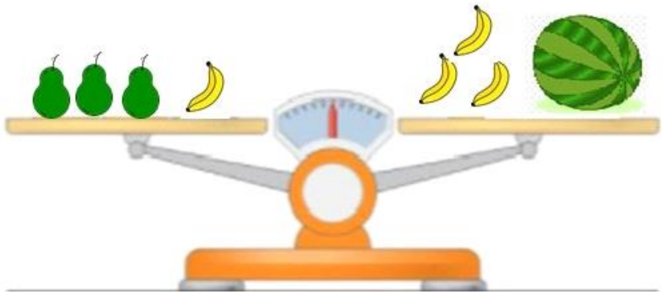
e) Um integrante de cada grupo apresentará aos colegas a solução de uma das atividades apresentadas e se houver algum outro grupo com solução diferente apresentará sua solução e ocorrerá um debate sobre qual melhor solução.

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Representando as frutas*

Com essa atividade, visamos permitir a criação da linguagem simbólica possibilitando uma aprendizagem significativa.

Represente pela linguagem simbólica o que esta na figura:



Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Conhecendo outras linguagens*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem formal em linguagem algébrica.

Complete a tabela usando incógnitas:

Sentença	**sentença matemática**
triplo de um número	
quíntuplo de um número	
antecessor de um número	
metade de um número	
sucessor de um número	
o dobro do sucessor	
o quádruplo do antecessor	

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade:*De que forma represento?*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem formal em linguagem simbólica e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Represente simbolicamente as situações abaixo e resolva:

a) Um número desconhecido, somado 15 resulta 35. Que número é esse?

b) O dobro de um número, subtraído 7 é igual ao próprio número somado a 2. Que número é esse?

c) O quádruplo de um número é 36, que número é esse?

d) O triplo de um número, somado a 14, resulta no próprio número somado a 28. Qual é o número?

e) Um número, somado ao seu sucessor resulta 35. Quais são os números?

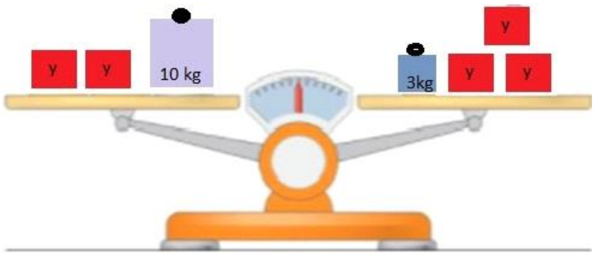
f) Um número, somado seu antecessor, resulta 103. Quais são os números?

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Balança dosy's*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação em linguagem simbólica em linguagem formal e/ou algébrica, possibilitando uma aprendizagem significativa.

Represente a seguinte situação e calcule o valor de y se possível:



Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade: *Caixa mágica*

Com essa atividade, visamos permitir a transformação da linguagem formal em linguagemalgébrica ou simbólica, possibilitando uma aprendizagem significativa. Além de possibilitar a interação entre os educandos, promovendo uma aprendizagem cooperativa.

Cada grupo receberá uma caixinha e um dado, na caixinha conterá uma situação. Cada grupo deverá ler e montar uma sentença correspondente a situação recebida, em comum acordo. Após, deverão substituir o número desconhecido pelo valor jogado no dado. Cada grupo deverá substituir 3 vezes e calcular. Ao término, cada grupo irá apresentar à turma sua situação, sentença e solução.

Equações:

a) Um número desconhecido, somado 20, resulta que valor? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

b) Multiplicamos um número por 15 e subtraímos 10, que resultado obtemos? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

c) Multiplicamos 18 por um número desconhecido e subtraímos 23, que valor teremos? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

d) Multiplicando um número desconhecido por 16 e adicionamos 20, qual valor obtemos? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

e) Um número multiplicado por 13 e subtraindo 18, obtemos quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

f) O triplo de um número, somado 50, obtém-se que valor? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

g) Multiplicando um número desconhecido por 10 e somando 50, resulta que valor? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

h) A diferença entre um número multiplicado por 14 e o número 25 é quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

i) A adição entre um número multiplicado por 12 e 25 é quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

j) Ao subtrairmos 34 de um número multiplicado por 11 obtemos que valor? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

k) Multiplicando 23 por um número desconhecido e somando 20, obtemos quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

l) Qual é a diferença entre a multiplicação de um número por 14 e 31?Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

m) O dobro de um número adicionado 9 fica quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

n) Multiplicando 130 por um número desconhecido e subtraindo 67 obtemos que valor? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

o) Quando somamos 20 a multiplicação de um número desconhecido por 47, obtemos quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir;

p) Quando diminuímos 12 da multiplicação de um número desconhecido por 53, obtemos quanto? Represente simbolicamente e jogue o dado para descobrir.

Sequência didática criada para o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de resolução de problemas de Cássia Isabel Froes Munhoz está licenciado com uma Licença Creative Commons - Atribuição-CompartilhaIgual 4.0 Internacional.

Atividade*: Jogo:* ***Encontre a peça que encaixa corretamente***

Para Smole, Diniz e Milani (2007, p. 9-12) o jogo permite aos alunos que interajam entre si e que haja uma cooperação mutua na sua resolução, construindo novos conceitos e uma aprendizagem com significado. A próxima atividade se trata de um jogo e seu objetivo é incentivar a discussão conjunta para a construção do pensamento algébrico.

Cada grupo receberá 4 fichas grandes e este deverá ser montado no chão da sala de aula. Cada grupo que completar o par, deverá copiar a situação problema e a equação e tentar resolver com a ajuda do(a) professor(a) se for necessário.

z

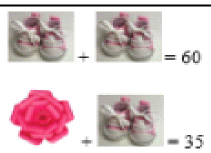
Maria e Joaquina economizaram juntas R$600,00. Se Joaquina economizou R$150,00 a mais que Maria, quanto cada uma economizou?	2x+20 = 100

O sétimo ano de uma escola é composto por 72 alunos. O número de meninos é a terça parte do número de meninas. Quantos meninos e quantas meninas há no sétimo ano?	$x + \frac{x}{2} - 50 = 280$

O triplo de um número adicionado ao dobro desse número resulta 720. Qual é esse número?	$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 30 = x$

João possui o dobro de figurinhas de Pedro. Sabendo que os dois juntos possuem 120 figurinhas, quantas figurinhas cada um possui?	x + 2 x = 33

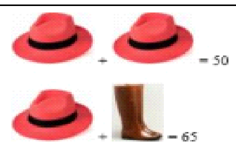
O dobro de um número subtraído 52 resulta 374. Que número é esse?	x + 2x = 45

	3x = 315

O quádruplo de um número subtraindo 33 resulta 97. Qual é esse número?	$\frac{x}{2} + 23 + x = 131$

Uma escola possui 480 alunos ao todo. Sabendo que o turno da tarde possui o dobro de alunos do turno da manhã, quantos alunos estudam em cada turno?	x + 25 = 65

Ana e Maria colecionam bolinhas de gude. Após uma partida Ana ficou com o dobro de bolinhas de gude de Maria. Se juntas possuem 45 bolinhas, quantas cada uma possui?	x +14 = 19

	2x + 13 = 27

Rui e Rute economizaram juntos R$1020,00. Se Rui economizou R$200,00 a menos que Rute, quanto cada um economizou?	x + 10 = 40

O triplo de um número é 12. Que número é esse?	$\frac{x}{2} - 10 = 50$

Aristeu e Godofredo foram ao supermercado e gastaram juntos R$280,00. Aristeu gastou R$50,00 a menos que a metade dos gastos de Godofredo. Quanto cada um gastou?	x + 30 = 35

O dobro de um número somado 13 é 27. Qual é esse número?	$\frac{x}{3} + 20 = 90$

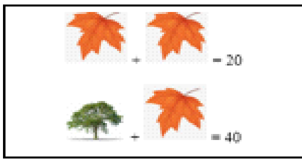
Melissa e Mariana possuem juntas uma coleção de 33 Barbies. Melissa possui o dobro de Barbies que Mariana. Quantas Barbies cada uma possui?	$\frac{x}{3} = 12$

O dobro de um número é 204. Qual é esse número?	4x – 33 = 97

Creidsom foi ao supermercado e gastou a terça parte do dinheiro que possuía em produtos de higiene, a quarta parte em produtos de limpeza e ainda sobrou R$30,00. Quanto Creidsom levou para gastar?	$\frac{x}{4} - 33 = 97$

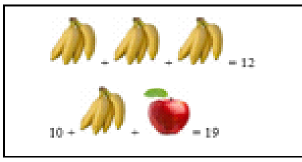
O triplo de um número é 315. Qual é esse número?	2x – 52 = 374

O quádruplo de um número subtraindo 33 resulta 97. Qual é esse número?	$\frac{x}{2} + 23 + x = 131$



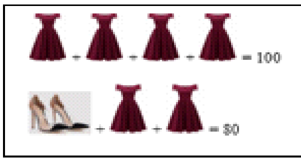
$3x + 2x = 720$

A terça parte de um número somado a 20 resulta 90. Que número é esse?	$x + 2x = 480$



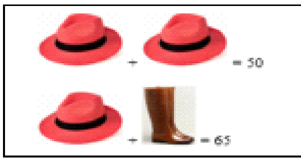
$x + 5 = 32$

A metade de um número subtraindo 10 resulta 50. Número é esse?	$x + x + 150 = 600$



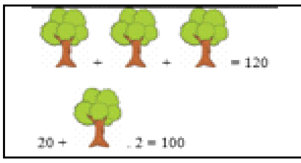
$3x = 12$

A quarta parte de um número subtraindo 33 resulta 97. Qual é esse número?	$x + 2x = 120$



$2x + 13 = 27$

A terça parte de um número é 12. Que número é esse?	$x + x - 200 = 1020$



$2x = 204$